رهیافت اصول موضوعی به نظریه اعداد شاخص

محمود چلویان[۱]

چکیده

اعداد شاخص (شاخص قیمت، مقدار و ...) کاربردهای فراوانی در مسایل اقتصادی و تحلیل سری‌های زمانی تغییر قیمت‌ها دارند. همانگونه که در استنباط آماری خواصی مانند ناریبی، سازگاری و ناوردایی[۲] را برای براوردگرها و آزمون‌های فرضیه در نظر می‌گیریم تا تکیه بر نتایج آنها با اطمینان بیشتری همراه باشد، در خصوص اعداد شاخص نیز خواصی را در نظر می‌گیریم تا در استفاده از نتایج آن تردیدی به وجود نیاید. بررسی این خواص را «آزمون» یاهمان «رهیافت اصول موضوعی به نظریه اعداد شاخص» گوییم. در این رهیافت ویژگی‌های مطلوبی برای فرم تابعی شاخص پیشنهاد و سپس می‌کوشیم تا تعیین کنیم آیا شاخص‌های مورد استفاده با این خصوصیات سازگارند یا خیر؟ و در آخر به ارایه شاخص بهتر می‌پردازیم.

مروری بر نظریه اعداد شاخص

تعداد کالاها و خدمات مختلفی که مجموعه‌ای از مصرف‌کننده‌ها خریداری می‌کنند به هزاران قلم می‌رسد. این کالاها و خدمات تنها شامل مصارف نهایی مصرف‌کننده‌ها نبوده بلکه شامل کالاهای میانی است که توسط تولیدکننده‌های دیگر نیز به کار برده

۱- محقق دایره شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی اداره آمار اقتصادی بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران.

2- Invariance

می‌شود. در دیدگاه وسیع‌تر (در یک اقتصاد پیشرفته) این حجم از کالاها و خدمات با درنظر گرفتن مکان‌های جغرافیایی، فصول و ماه‌های مختلف ممکن است به میلیون‌ها دادوستد برسد. بنیادی ترین مسئله در نظریه اعداد شاخص پاسخ به این سوال است که «چه مقدار از اطلاعات قیمت و مقادیر میلیون‌ها کالا و خدمت داد و ستد شده بین مصرف‌کننده‌ها و بنگاه‌های اقتصادی در تعداد کمی از آنها که مورد بررسی قرار می‌گیرند، نهفته است؟» پس از تعیین مجموعه‌ای کوچکتر از کالاها و خدمات (سبد مصرف) و بررسی تغییرات قیمت یا مقدار آنها اعداد شاخص به‌عنوان یک *مقایسه*، *یک نسبت و یا یک مقدار نسبی*، *اندازه ها و بزرگی‌ها*[1] را در دو موقعیت مختلف مقایسه می‌کنند. موقعیت‌های مقایسه ممکن است دو دوره زمانی (دو سال)، دو موقعیت جغرافیایی (دو ناحیه در یک کشور) و یا دو گروه مجزا (خانوار های یک نفره و دو نفره) باشند. چنانچه مقایسه تغییرات قیمت‌ها مورد بررسی باشد آنرا شاخص قیمت و در مواردی که مقایسه تغییرات مقدارها (مصرف کالاها و خدمات) مورد نظر باشد آن را شاخص مقدار می‌نامیم. با توجه به اهمیت شاخص‌های قیمت بحث را با بررسی این شاخص‌ها ادامه می‌دهیم. روش های مختلف مقایسه بزرگی تغییرات قیمت‌ها منجر به ارایه شاخص‌های قیمت متعددی در بحث اعداد شاخص شده است که ازجمله می‌توان شاخص قیمت لاسپیرز[2]، پاشه[3]، مارشال – اجوورث[4]، والش[5]، دروبیخ – باولی[6] و شاخص ایده‌آل فیشر[7] را نام برد. جدول (۱) چند روش مقایسه و به تبع آن انواع

1- Magnitudes
2- Laspeyeres
3- Paasche
4- Marshall-Edgeworth
5- Walsh
6- Drobisch-Bowley
7- Fisher

شاخص‌های قیمت را به‌طور خلاصه شرح می‌دهد. نمادهای به کار رفته در جدول (۱) به شرح زیر است:

نمادها

بردار قیمت‌های n کالا وخدمت مورد بررسی در دوره زمانی t، $t=0,1$

$(p_1^t, p_2^t, ..., p_n^t) = p^t$

بردار مقادیر(مصرف) n کالا وخدمت مورد بررسی در دوره زمانی t، $t=0,1$

$(q_1^t, q_2^t, ..., q_n^t) = q^t$

ارزش کالای j ام $(j=1,2,...n)$ در دوره زمانی t، $t=0,1$	$p_j^t q_j^t$
هم‌فزونی[1] (انبوهه) ارزش n کالا و خدمت در زمان t $t=0,1$	$\sum_{i=1}^{n} p_i^t q_i^t$
شاخص قیمت لاسپیرز	P_L
شاخص مقدار لاسپیرز	Q_L
شاخص قیمت پاشه	P_P
شاخص مقدار پاشه	Q_P
شاخص قیمت مارشال – اجوورث	P_{ME}
شاخص قیمت ایده‌آل فیشر	P_F
شاخص قیمت والش	P_W
شاخص قیمت دروبیخ - باولی	P_{DB}

1- Aggrigate

جدول(۱) روش هــــای مقایسه و شاخص های مختلف

روش مــقایسه	نـــام شاخص و فرم تابعی آن
نســبت همفزونی ارزش n کالا و خدمـت در دوره یـک به دوره صـفر (مـقدار مصرف در دوره یــک همان مقدار مصـرف در دوره صـفر است	شـاخص مقدار لاسپیرز $Q_L = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i^1}{\sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i^0}$ ؛ شـاخص قیمت لاسپیرز $P_L = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i^1 q_i^0}{\sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i^0}$
نســبت همفزونی ارزش n کـالا و خدمت در دوره یـک به دوره صـفر (مـقدار مصرف در دوره یــــک به جای مقدار مصرف دوره صفر قـرار می گیرد)	شـاخص مقدار پاشه $P_L = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i^1 q_i^1}{\sum_{i=1}^{n} p_i^1 q_i^0}$ ؛ شـاخص قیمت پاشه $P_P = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i^1 q_i^1}{\sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i^1}$
نســبت همفزونی ارزش n کالا و خدمت در دوره یـک به دوره صـفر (مـقدار مصرف در بــــین دو دوره میانگین حسابی مصرف در دوره صـفر (پایه) و در دوره یـک (جاری) در نــظر گرفته می شود)	شــاخص قیمت مارشال - اجوورث $P_{ME} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i^1 (q_i^0 + q_i^1)}{\sum_{i=1}^{n} p_i^0 (q_i^0 + q_i^1)}$
نســبت همفزونی ارزش n کالا و خدمـت در دوره یـک به دوره صـفر (مـقدار مصرف در بــــین دو دوره میانگین هندسی مصرف در دوره صـفر (پایه) و در دوره یـک (جاری) در نــظر گرفته می شود)	شــاخص قیمت والش $P_W = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i^1 \sqrt{q_i^0 q_i^1}}{\sum_{i=1}^{n} p_i^0 \sqrt{q_i^o q_i^1}}$
مــــیانگین حسابی شاخص قیمت لاسپیرز و پاشه (تـلفیق شاخص ها)	شــاخص قیمت دروبیخ - بالی $P_{DB} = \frac{P_L + P_p}{2}$
مــــیانگین هندسی شاخص قیمت لاسپیرز و پاشه (تـلفیق شاخص ها)	شــاخص قیمت ایده آل فیشر $P_F = \sqrt{P_L P_p}$

تجزیه همفزونی[۱] ارزش به همفزونی قیمت و مقدار

ایده تجزیه همفزونی ارزش به همفزونی قیمت و مقدار یا همان تجزیه اثر قیمت در افزایش ارزش یک کالا یا خدمت و اثر مقدار (مصرف) از مباحث حساب‌های ملی گرفتـه شده است، در محاسبه تولید ناخالص ملی (GDP) اثر تورمی (افزایش قیمت) را از اثر ارزش تولید جدا می کنیم تا مشخص شود که چه سهم از افزایش تولیـد ناخـالص ملـی مربوط به افزایش تولید و چه سهم از آن کاذب و فقط بر اثر افزایش قیمت‌هـا اسـت. بـا

1- Aggregate

توجه به نمادهای به‌کار رفته در جدول (۱) ارزش کالای (یا خدمت) iام در زمان t برابرست با

$$v_i^t = p_i^t q_i^t \qquad (۱)$$

به‌این ترتیب ارزش کل[۱]، n کالا و خدمت (سبد مصرفی) از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$V^t = \sum_{i=1}^{n} v_i^t = \sum_{i=1}^{n} p_i^t q_i^t \qquad (۲)$$

اگر P_t و Q_t را به ترتیب هم‌فزونی قیمت و مقدار در نظر بگیریم، هدف از تجزیه هم‌فزونی ارزش بررسی درستی رابطه زیر است:

$$V^t = P^t Q^t \qquad (۳)$$

توجه داشته باشیم که هم‌فزونی قیمت تابعی از بردار قیمت‌ها p^t و هم‌فزونی مقدار تابعی از بردار مقادیر q^t است

$$P^t = c(p^t) \ \ , \ \ Q^t = f(q^t) \qquad (۴)$$

توابع c و f مستقل از زمان بوده چرا که مفهوم هم‌فزونی به زمان بستگی ندارد. با جایگذاری رابطه (۴) و (۳) در رابطه (۲) و حذف اندیس t داریم:

$$c(p)f(q) = \sum_{i=1}^{n} p_i q_i \ \ , \ \ \forall p_i > 0, \forall q_i > 0 \qquad (۵)$$

طبیعی است که توابع $c(p)$ و $f(p)$ مثبت هستند چرا که همه قیمت‌ها و مقادیر مثبت هستند؛

$$c(p_1,...,p_n) > 0 \ , \ \forall p_i > 0 \ , \ \ f(q_i,...,q_n) > 0 \ \ , \ \ \forall q_i > 0 \qquad (۶)$$

1- Aggregate

فرض کنیم 1_n بردار n تایی از عدد ۱ باشد. از رابطه (۶) نتیجه می‌گیریم که وقتی $P=1_n$ آنگاه $c(1_n)$ یک عدد مثبت مانند a است و وقتی $q=1_n$ آنگاه $f(1_n)$ عدد مثبتی مانند b خواهد شد؛

$$c(1_n)=a>0 \quad , \quad f(1_n)=b>0 \qquad (۷)$$

با جایگذاری رابطه (۷) در (۵) روابط زیر را خواهیم داشت:

$$f(q)=\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{a} \qquad (۸)$$

$$c(p)=\sum_{i=1}^{n}\frac{p_i}{b} \qquad (۹)$$

همچنین با جایگذاری رابطه (۸) و (۹) در رابطه (۵) به رابطه زیر دست می‌یابیم:

$$(\sum_{i=1}^{n}\frac{p_i}{b})(\sum_{i=1}^{n}\frac{qi}{a})=\sum_{i=1}^{n}p_iq_i \qquad (۱۰)$$

رابطه (۱۰) برای $n\geq 2$ برقرار نیست؛ به عبارت دیگر، چنانچه تعداد اقلام سبد مصرفی بیش از ۲ باشد، توابع $c(p)$ و $f(p)$ به‌طوریکه در رابطه (۱۰) صدق کند، وجود ندارد (برای اثبات و جزییات بیشتر نگاه کنید به مرجع [۵]). شاید دلیل این مسئله این است که $c(p)$ و $f(p)$ به ترتیب فقط تابعی از p و تابعی از q است. در قسمت بعدی این توابع را به صورت $2n$ متغیره از بردارهای p و q در نظر می‌گیریم.

تجزیه هم‌فزونی ارزش با توابع $2n$ متغیره

فرض کنیم تابع‌های c و f توابعی $2n$ متغیره از بردارهای p و q باشند به طوری که در رابطه (۵) صدق کنند

$$c(p,q)f(p,q)=\sum_{i=1}^{n}p_iq_i \quad , \quad \forall p_i>0 \quad ,\forall q_i>0 \qquad (۱۱)$$

طبیعی است که $c(p,q)$ و $f(p,q)$ توابع مثبتی هستند

$$c(p,q)>0\ ,\ \ f(p,q)>0\ \ ,\ \ \forall p_i>0, \forall q_i>0 \qquad (۱۲)$$

این توابع با توجه به ماهیت آنها بایستی دارای خواص معقولی باشند؛ مثلا تابع c (هم‌فزونی قیمت) دارای خاصیت همگنی[۱] از درجه ۱ نسبت به متغیر p (قیمت) است.

$$c(\lambda p,q)=\lambda c(p,q) \qquad (۱۳)$$

به این معنی که اگر تمامی قیمت‌ها در عدد مثبت λ ضرب شود، شاخص قیمت در λ ضرب می‌شود. مشابه همین خاصیت برای تابع f و متغیر q بیان می‌شود:

$$f(p.\lambda q)=\lambda f(p,q) \qquad (۱۴)$$

توجه داشته باشیم که رابطه‌های (۱۱)، (۱۲) و (۱۴) ایجاب می‌کند که $c(p,q)$ نسبت به q همگن از درجه صفر باشد. زیرا:

$$c(p,\lambda q)=\sum_{i=1}^{n}\frac{p_i\lambda q_i}{f(p,\lambda q)}=\sum\frac{p_i\lambda q_i}{\lambda f(p,q)}=\frac{\sum_{i=1}^{n}p_i q_i}{f(p,q)}=c(p,q) \qquad (۱۵)$$

خاصیت دیگری که برای تابع $c(p,q)$ در نظر می‌گیریم ناوردایی نسبت به تغییر واحدهای اندازه‌گیری کالا و خدمات است؛ یعنی اگر d_i عدد مثبتی باشد آنگاه

$$c(d_1p_1,...,d_np_n;\frac{q_1}{d_1},...,\frac{q_n}{d_n})=c(p_1,...p_n;q_1,...q_n) \qquad (۱۶)$$

می‌توان نشان داد که روابط (۱۱)، (۱۲)، (۱۳)، (۱۵) و (۱۶) با هم ناسازگارند و درستی هم‌زمان آنها غیر ممکن است (برای اثبات و جزییات بیشتر نگاه کنید به مرجع[۴]). نتایج منفی به بار آمده در این قسمت و قسمت قبل این نتیجه را القاء

۱- تابع $m(a,b)$ را همگن از درجه n گوییم اگر $m(\lambda a,\lambda b)=\lambda^n m(a,b)$

می‌کند که فرض تجزیه هم‌فزونی ارزش به دو تابع *مستقل* $c(p,q)$ و $f(p,q)$ امکان‌پذیر نیست از این رو در قسمت بعد فرض استقلال را در نظر نمی‌گیریم.

شاخص‌های دوطرفه و تجزیه هم‌فزونی ارزش

منظور از اصطلاح "شاخص‌های دوطرفه" شاخص‌هایی است که تغییرات قیمتی یا مقداری را در موقعیت مقایسه می‌کنند (زمان یا مکان). دلیل استفاده از لفظ دو طرفه این است که در قسمت‌های قبلی تنها به بحث تجزیه هم‌فزونی ارزش در زمان t (یعنی $\sum_{i=1}^{n} p_i^t q_i^t$)پرداختیم. این گونه شاخص‌ها را شاخص‌های "یک طرفه" می‌نامیم، چرا که فقط اندازه و بزرگی ارزش را در زمان t بیان کرده و با زمان دیگری مقایسه نمی‌کند. با تکیه بر نمادهای بکار برده شده، هم‌فزونی ارزش در زمان صفر و یک برابر است با:

$$V^0 = \sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i^0 \quad , \quad V^1 = \sum_{i=`1}^{n} p_i^1 q_i^1$$

هدف،تجزیه‌نسبت V^1 به V^0 به شاخص قیمت و شاخص مقدار به صورت زیراست.

$$\frac{V^1}{V^0} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i^1 q_i^1}{\sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i^0} = P(p^0, p^1, q^0, q^1) Q(p^0, p^1, q^0, q^1) \qquad (۱۷)$$

که در آن $P(p^0, p^1, q^0, q^1)$ شاخص قیمت و $Q(p^0, p^1, q^0, q^1)$ شاخص مقدار است. رابطه (۱۷) را "آزمون ضرب" می نامند. عدم استقلال بین شاخص قیمت و مقدار در رابطه (۱۷) مشهود است؛ به این معنی که فرم تابعی $Q(p^0, p^1, q^0, q^1)$ با معلوم بودن فرم تابعی $P(p^0, p^1, q^0, q^1)$ مشخص می‌شود.

$$Q(p^0, p^1, q^0, q^1) = \frac{V^1}{V^0} P(p^0, p^1, q^0, q^1) \qquad (۱۸)$$

برای مثال چنانچه از شاخص قیمت لاسپیرز (استفاده از مقدار مصرف دوره پایه برای دوره جاری) استفاده کنیم، شاخص مقدار متناظر با آن که در آزمون ضرب (۱۷) صدق کند، شاخص مقدار پاشه است. یعنی:

$$\frac{V^1}{V^0} = P_L(p^0, p^1, q^0, q^1)Q_P(p^0, p^1, q^0, q^1) \quad (۱۹)$$

و در صورتی که شاخص قیمت پاشه را در نظر بگیریم، مقدار متناظر آن که در آزمون ضرب صدق کند، شاخص مقدار لاسپیرز است. یعنی:

$$\frac{V^1}{V^0} = P_P(p^0, p^1, q^0, q^1)Q_L(p^0, p^1, q^0, q^1) \quad (۲۰)$$

در قسمت بعدی به بررسی آزمون‌هایی برای فرم تابعی شاخص قیمت $P(p^0, p^1, q^0, q^1)$ می‌پردازیم.

شاخص‌های دوطرفه و آزمون‌ها

فرم تابعی شاخص‌های قیمت بایستی دارای خواص معقولی باشند. برای آنکه این خاصیت‌ها را به طور مختصر و مفید بررسی کنیم، جدول (۲) به معرفی ۲۰ آزمون (خاصیت) معروف می‌پردازد که با توجه به آزمون ضرب که قبلا آنرا بیان کردیم، آزمون‌های بررسی شده در جدول (۲) برای فرم تابعی شاخص مقدار Q نیز برقرار است. قبل از ارایه جدول این نکته را متذکر می‌شویم که p^t و q^t برای $t = 1,2$ در فرم تابعی شاخص قیمت $P(p^0, p^1, q^0, q^1)$ بردارهایی مثبت هستند. همچنین اگر در مواردی $q^0 = q^1$ باشد، مقدار مشترک آنها را با q و اگر $p^0 = p^1$ باشد، مقدار مشترک آنها را با p نمایش می‌دهیم.

جدول (۲) آزمون‌هایی برای فرم تابعی شاخص‌های قیمت دو طرفه

۱	مثبت بودن Positivity	شاخص‌قیمت‌تابعی‌مثبت‌مقداراست $P(p^0, p^1, q^0, q^1) > 0$
۲	پیوستگی	شاخص قیمت نسبت به شناسه‌های p^0, p^1, q^0, q^1 پیوسته است
۳	آزمون یکتایی یا قیمت ثابت Identity or Constant Prices Test	$P(p, p, q^0, q^1) = 1$ درقیمت اقلام در دوره صفر و یک باهم برابر باشد عدد شاخص قیمت برابر ۱ است
۴	آزمون یکتایی یا قیمت ثابت Fixed Basket or Constant Quantities Test	$P(p^0, p^1, q, q) = \sum_{i=1}^{n} p_i^1 q_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i$ در طول دو دوره مقادیر ثابت باشد شاخص قیمت از تقسیم ارزش سبد ثابت در دوره ۱ به دوره صفر بدست می‌آید
۵	تناسب در قیمت‌های جاری Proportionality in Current Prices	$P(p^0, \lambda p^1, q^0, q^1) = \lambda P(p^0, p^1, q^0, q^1), \lambda > 0$ تمامی قیمت‌های دوره جاری در عدد مثبتی ضرب شود عدد شاخص در آنعدد ضرب می‌شود
۶	تناسب معکوس در قیمت‌های پایه Inverse Proportionality in Base Prices	$P(\lambda p^0, p^1, q^0, q^1) = \lambda^{-1} P(p^0, p^1, q^0, q^1)$ اگر تمامی قیمت‌های دوره پایه در عدد مثبتی ضرب شود عدد شاخص بر آن عدد تقسیم می‌شود
۷	ناوردایی نسبت به تغییر متناسب در مقدارهای جاری Invariance in Proportional Changees in Current Quantities	$P(p^0, p^1, q^0, \lambda q^1) = P(p^0, p^1, q^0, q^1)$ اگر مقادیر مصرف در دوره جاری در عدد مثبتی ضرب شود شاخص تغییری نمی‌کند
۸	ناوردایی نسبت به در تغییر متناسب در مقدارهای پایه Invariance in Proportional Changees in case quantities	$P(p^0, p^1, \lambda q^0, q^1) = P(p^0, p^1, q^0, q^1)$ اگر مقادیر مصرف در دوره پایه در عدد مثبتی ضرب شود شاخص تغییری نمی‌کند
۹	آزمون برگشت کالاها (ناوردایی نسبت به ترتیب کالاها)	$P(p^{0\times}, p^{1\times}, q^{0\times}, q^{1\times}) = P(p^0, p^1, q^0, q^1)$ $p^{t\times}$ ترتیبی متفاوت از بردار قیمت p^t $q^{t\times}$ ترتیبی متفاوت از بردار مقدار q^t

ادامه جدول (۲)

۱۰	ناوردایی نسبت به تغییر در واحدهای اندازه‌گیری (آزمون هم‌پیمانگی) Invariance to Changes in the Units of Measurement (Commensurability)	$P(\alpha_1 p_1^0,\ldots,\alpha_n p_n^0;\alpha_1 p_1^1,\ldots,\alpha_n p_n^1;\alpha_1^{-1} q_1^0,\ldots,\alpha_n^{-1} q_n^0;\alpha_1^{-1} q_1^1,\ldots,\alpha_n^{-1} q_n^1)$ $=P(p_1^0,\ldots,p_n^0;p_1^1,\ldots,p_n^1;q_1^0,\ldots,q_n^0;q_1^1,\ldots,q_n^1)$ تغییر واحدهای اندازه‌گیری کالا و خدمات عدد شاخص تغییر نمی‌کند
۱۱	آزمون برگشت زمانی Time Reversal Test	$P(p^0,p^1,q^0,q^1)=\left[P(p^1,p^0,q^1,q^0)\right]^{-1}$ اگر داده‌های دوره صفر و یک با هم جابه‌جا شوند عدد شاخص معکوس می‌شود
۱۲	آزمون برگشت مقدار Quantity Reversal test	$P(p^0,p^1,q^0,q^1)=P(p^0,p^1,q^1,q^0)$ با جابجایی مقادیر مصرف در دوره صفر و یک شاخص قیمت تغییر نمی‌کند
۱۳	آزمون برگشت قیمت Price Reversal Test	$\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} p_i^1 q_i^1}{\sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i^0}\right)/P(p^0,p^1,q^0,q^1)=\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i^1}{\sum_{i=1}^{n} p_i^1 q_i^0}\right)/P(p^1,p^0,q^0,q^1)$
۱۴	آزمون مقدار میانگین برای قیمت‌ها Mean Value Test For Prices	$Min(\frac{p_i^1}{p_i^0}, i=1,\ldots,n)\leq P(p^0,p^1,q^0,q^1)\leq Max(\frac{p_i^1}{p_i^0}, i=1,\ldots,n)$
۱۵	آزمون مقدار میانگین برای مقدارها Mean Value Test For Quantities	$Min(\frac{q_i^1}{q_i^0}, i=1,\ldots,n)\leq \frac{(V^1/V^0)}{P(p^0,p^1,q^0,q^1)}\leq Max(\frac{q_i^1}{q_i^0}, i=1,\ldots,n)$
۱۶	آزمون کران لاسپیرز و پاشه Passhe and Laspeyers Bounding Test	$P_P(p^0,p^1,q^0,q^1)\leq P(p^0,p^1,q^0,q^1)\leq P_L(p^0,p^1,q^0,q^1)$
۱۷	یک نوایی در قیمتهای جاری Monotonicity in base Price	$P(p^0,p^1,q^0,q^1)<P(p^0,p^2,q^0,q^1)$ $\forall p^1<p^2$

ادامه جدول (۲)

۱۸	یک نوایی در قیمت‌های پایه Monotonicity in Current Quantities	$P(p^0, p^1, q^0, q^1) > P(p^2, p^1, q^0, q^1)$ $\forall p^0 < p^2$
۱۹	یک نوایی در مقدارهای جاری Monotonicity in Current Quantities	$\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} p_i^1 q_i^1}{\sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i^0}\right) / P(p^0, p^1, q^0, q^1) < \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i^2}{\sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i^0}\right) / P(p^0, p^1, q^0, q^2)$ $\forall q^1 < q^2$
۲۰	یک نوایی در مقدارهای پایه Monotonicity in Base Quantites	$\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} p_i^1 q_i^1}{\sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i^0}\right) / P(p^0, p^1, q^0, q^1) < \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} p_i^1 q_i^1}{\sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i^2}\right) / P(p^0, p^1, q^2, q^1)$ $\forall q^0 < q^2$

مقایسه شاخص‌ها و نتیجه‌گیری

پس از معرفی آزمون‌ها در جدول (۲) چهار شاخص قیمت مهمتر را از لحاظ دارا بودن این خواص بررسی می کنیم. توجه داشته باشیم که آزمون‌های ۱۱،۱۲و۱۳ از درجه اهمیت خاصی برخوردارند. جدول (۳) شاخص‌های فیشر، لاسپیرز، پاشه و والش را مقایسه می‌کند.

جدول (۳) مقایسه شاخص‌ها

شاخص قیمت	آزمون هایی که معتبر نیستند	تعداد آزمون معتبر
فیشر	-----	۲۰
لاسپیرز	۱۱-۱۲-۱۳	۱۷
پاشه	۱۱-۱۲-۱۳	۱۷
والش	۱۳-۱۶-۱۹-۲۰	۱۶

با توجه به مقایسه شـاخص‌هـا در جـدول (۳) شـاخص ایـده‌آل فیـشر تمـامی ۲۰ خاصیت را داراست. پس از آن شاخص لاسـپیرز و پاشـه و سـپس شـاخص والـش قـرار می‌گیرد. ذکر این نکته لازم است که در محاسبه شـاخص فیـشر از شـاخص لاسـپیرز و پاشه استفاده می‌شود که باتوجه به نحوه محاسبه شاخص پاشه (جـدول(۱)) و نیـاز بـه اطلاع از مقادیر مصرف در دوره جاری استفاده از این شاخص و بـه تبـع آن اسـتفاده از شاخص ایده‌ال فیشر برای مراکز و آژانس‌های آماری کشورهای مختلف با اشکال مواجـه می‌شود.

فهرست منابع و مآخذ

1- Auer, L. von(2001), "An Axiomatic Chekup For Price Index", working paper No. 1/2001, Faculty of Economics and Management, Otto von Guericke University Magdeburg, Germany.

2- Balk, B.M. (1995), "Axiomatic Price Index Theory : A Survey" , Intenational Statistical Review 63, PP 69- 93.

3- Diewert, W.E. (1992), "Fisher Ideal Output, Input Productivity Indexes Revisited", Jornal of productivity Analysis 3, PP 211-248.

4- Diewert, W.E (1993d), "Overview of Volume 1", pp 1-31 in Essayes in Index Number Theory, Volume 1, W.E Diewetr and A.O. Nakamura (eds.), Amesterdam: North-Holland.

5- Eichhorn,W.(1978), Functional Equation in Economics, Reading, MA:Addison – Wesley Publishing Company.

6- Fisher, I. (1921), "The Best Form of Index Number", Journal of the American Statistical Association 17, PP 533-537.

7- Fisher, I.(1992), The Making of Index Number , Houghton-Mifflin, Boston.

8- Voget, A. (1980), "Der zeit und der Faktorumkehrtest als Finder of Test", Statistical Hefte 21, PP 66-71.

9- Walsh, C.M.(1901), The Measurement of General Exchange Value, New York: Macmillan and Co.