دکتر غلامرضا محلوجی:

شاخص‌ها

مقدمه

مقایسه زمانی متغیرهای اقتصادی و تحلیل تغییرات متغیرهای مورد نظر در طول زمان همواره یکی ازموضوعات عمده اقتصادی تلقی شده‌است. به بیان دیگر دربسیاری از پدیده‌های اقتصادی تغییرات واقعی نماگرها و متغیرها از نظر تحلیلگران حائز اهمیت میباشد و تغییرات اسمی یا ارزش آنها بدلیل منعکس بودن آثار قیمت در نماگر موردنظر، محتوای تحلیلی قابل توجهی ندارد. ضرورت تمایز بین ارزش‌های واقعی و ارزش‌های اسمی باعث گردیده است که امروزه مباحث مربوط به انواع شاخص‌ها، کاربردها و خواص آن و بالاخره محدودیت‌های حاکم بر استفاده از اینگونه شاخص‌ها حوزه‌ای از علم اقتصاد و آمار را تشکیل دهد. مضافاً" آنکه با استفاده از اعداد شاخص میتوان تغییرات حاصله در پدیده‌ها و عوامل اقتصادی و اجتماعی‌را درطول زمان بصورت یکجا و جمعی مورد اندازه‌گیری، مقایسه و سنجش قرار داد. مقاله حاضر جوانب اساسی مربوط به شاخص‌ها را مورد بررسی قرار می‌دهد. در این بررسی جنبه‌های نظری و کلی شاخص‌ها موردنظر بوده و خوانندگانی که علاقمند به مطالعه عمیق‌تر در این زمینه باشند می‌توانند به کتابها و مقالات تخصصی در این زمینه مراجعه نمایند.

شاخص‌ها

شاخصهای اولیه یا شاخصهای ساده

تعریف:

تحول زمانی متغیری چون (G) را که تعریف آن در طول زمان ثابت است در نظر می‌گیریم. فرض کنیم که این تحول بصورت زیر باشد:

$$G_0,\ G_1, G_2,\ .\ .\ .\ .\ .\ G_t\ .\ .\ .$$

که در آن G_t ها مقادیری هستند که متغیر G درطول زمانهای $t = ۰، ۱، ۲، . . .$ اختیار کرده است.

شاخص ساده متغیر (G) در زمان t نسبت به زمان o را بصورت رابطه زیر تعریف می‌کنیم :

$$I_{t/o}(G)= \frac{G_t}{G_o}$$

که درآن‌لحظه o زمان پایه نامیده میشود . بنابراین ، شاخص ساده هر متغیری چون G ، تغییرات‌نسبی‌آن متغیر را در زمان اندازه‌گیری می‌کند. درنتیجه شاخص یک‌عدد خالص می‌باشد (یعنی بعد ندارد) و توسط خود متغیر با یک تغییر واحد اندازه‌گیری تعریف میشود . این شاخص به‌ما امکان میدهد که‌تغییرات همان متغیر را درطول زمان اندازه‌گیری نمائیم . همچنین شاخص بطورکلی به ما امکان میدهد که تغییرات دو یا چندین متغیر که با واحدهای مختلفی اندازه‌گیری میشوند نیز اندازه‌گیری نمائیم .

بنابر عادت یک شاخص ساده برحسب درصد بیان میشود، مقدار ۱۰۰ مربوط به زمان‌پایه می‌باشد .

$$I_{t/o}(G) = ۱۰۰ \times \frac{G_t}{G_o}$$

برای سادەتر کردن نوشتن ، معمولا" ۱۰۰ را حذف می‌کنند .

مثال :

جدول شماره ۱ جمعیت کشور را درسالهای ۱۳۵۵، ۱۳۶۰ و ۱۳۶۵ نشان میدهد :

جدول شماره ۱
جمعیت کشور درسالهای ۶۵– ۱۳۵۵

(هزار نفر)

	۱۳۵۵	۱۳۶۰	۱۳۶۵
جمعیت کشور	۳۳،۷۰۹	۴۰،۸۵۳	۴۹،۷۶۵

براساس ارقام جدول فوق شاخص ساده جمعیت کشور I(p) درسالهای ۶۰ و ۶۵ نسبت به سال ۵۵ بشرح زیر میباشد :

$$I(P)_{۶۰/۵۵} = ۱۰۰\ \frac{۴۰۸۵۳}{۳۳۷۰۹} = ۱۲۱$$

$$I(P)_{۶۵/۵۵} = ۱۰۰\ \frac{۴۹۷۶۵}{۳۳۷۰۹} = ۱۴۸$$

جدول شماره ۲ وضعیت موالید و مرگ‌ومیر نوزادان تا یکسالگی را برای سه گروه جمعیتی کشور و قاره اسیا نشان میدهد .

جدول شماره ۲
آمار موالید و مرگ‌ومیر نوزادان زیریکسال (سال ۱۳۶۵)

منطقه		تولد	مرگ‌ومیرنوزادان زیر یکسال	نسبت مرگ‌ومیر به‌تولد ــ درهزار
I	خانوارهای شهری	۱،۰۵۴،۸۲۰	۷،۴۳۰	۷/۰۴
II	خانوارهای روستائی	۹۴۵،۸۳۸	۶،۶۳۰	۷/۰۱
III	خانوارهای غیرساکن	۸،۸۵۶	۹۲	۱۰/۳۹
IV	کل کشور	۲،۰۰۹،۵۱۴	۱۴،۱۵۲	۷/۰۴
V	آسیا	۶۲،۳۰۰،۳۹۲	۴۴۹،۳۰۵	۷/۲۱

براساس اطلاعات مندرج درجدول فوق شاخص مرگ‌ومیر نوزادان برای سه‌گروه‌ازخانواده‌های فوق‌الذکر بشرح زیر قابل محاسبه میباشد :

$$I_{I/v} = ۱۰۰ \times \frac{۷/۰۴}{۷/۲۱} = ۹۷/۶$$

$$I_{II/v} = ۱۰۰ \times \frac{۷/۰۱}{۷/۲۱} = ۹۷/۲$$

$$I_{III/v} = ۱۰۰ \times \frac{۱۰/۳۹}{۷/۲۱} = ۱۴۴/۱$$

$$I_{IV/v} = ۱۰۰ \times \frac{۷/۰۴}{۷/۲۱} = ۹۷/۶$$

خواص شاخصهای ساده :

بنابر تعریفی که از شاخص‌های ساده ارائه شده است ، خواص زیر در آنها صادق است .

(۱) خاصیت دورانی •

$$I_{t/o}(G) = I_{t/t'}(G) * I_{t'/o}(G)$$

زیرا داریم :

$$\frac{G_t}{G_o} = \frac{G_t}{G_{t'}} \cdot \frac{G_{t'}}{G_o}$$

خاصیت دورانی یک خاصیت اساسی است که بما امکان میدهد که نه‌تنها تغییرات متغیری‌را در لحظات t و t' نسبت به زمان پایه مطالعه نمائیم بلکه این امکان را نیز فراهم می‌نماید تا بتوانیم تغییرات این متغیر را در لحظه t نسبت به t' نیز بدست آوریم .

$$I_{t/t'}(G) = \frac{I_{t/o}(G)}{I_{t'/o}(G)}$$

بدین‌ترتیب جهت محاسبه شاخص G در لحظه t نسبت به لحظه t' میتوان مستقیما " از تقسیم مقادیر این متغیر در لحظات مربوطه نیز استفاده نمود . بطوریکه داریم :

$$\frac{I_{t/o}(G)}{I_{t'/o}(G)} = \frac{G_t}{G_{t'}} = I_{t/t'}(G)$$

بدین‌ترتیب شاخص جمعیت کشور درسال ۱۳۶۵ نسبت به سال ۱۳۶۰ از رابطه زیر بدست می‌آید :

$$I(P) = ۱۰۰ \frac{I(P)_{۶۵/۵۵}}{I(P)_{۶۰/۵۵}} = ۱۰۰ \frac{۱۴۸}{۱۲۱} = ۱۲۲$$

به‌همین‌ترتیب شاخص مرگ‌ومیر نوزادان زیریکسال خانوارهای شهری نسبت به خانوارهای غیرساکن کشور درسال ۱۳۶۵ بشرح زیر میباشد :

$$I_{I/III}(M) = \frac{I_{I/V}(M)}{I_{III/V}(M)} = ۱۰۰ \frac{۹۷/۶}{۱۴۴/۱} = ۶۷/۷$$

خاصیت دورانی در شاخص‌ها دوخاصیت دیگر را بطور ضمنی ایجاد می‌نماید :

(۲)خاصیت عکس پذیری

$$I_{o/t}(G) = \frac{۱}{I_{t/o}(G)}$$

بااستفاده‌ازخاصیت عکس‌پذیری‌میتوان‌شاخص‌مرگ‌ومیرنوزادان زیریکسال خانوارهای غیر ساکن نسبت به خانوارهای شهری را درسال موردنظر بدست آورد :

$$I_{III/I}(M) = \frac{۱۰۰۰۰}{I_{I/III}(M)} = ۱۴۷/۷$$

(۳) خاصیت زنجیره‌ای

این خاصیت بصورت رابطه زیر تعریف میشود:

$$I_{t/o}(G)= I_{t/t-1}(G) \cdot I_{t-1/t-2}(G) \ . \ . \ . \ I_{1/o}(G)$$

بدین‌ترتیب می‌توان با ضرب کردن شاخصها هرلحظه نسبت به لحظه قبل تا لحظه‌صفر، شاخص لحظه t را نسبت به لحظه صفر بدست آوریم.

(۴) خاصیت جمع‌پذیری

خاصیت جمع‌پذیری درسه حالت قابل بررسی می‌باشد.

۱) حالتی که در آن G_t فقط یک حاصل جمع موزون از اجزاء می‌باشد:

$$G_t = \sum_{\theta} a_\theta \ G_\theta$$

دراینصورت شاخص ساده یک حاصل جمع موزون برابر است با حاصل جمع موزون شاخصهای ساده. در واقع داریم:

$$I_{t/o}\ (G) = \frac{G_t}{G_o} = \frac{\sum_{\theta} a_\theta \ G_\theta}{G_o} = \sum_{\theta} a_\theta \ \frac{G_\theta}{G_o} = \sum_{\theta} a_\theta \ I_{\theta/o}(G)$$

به این حالت هنگامی برخورد می‌کنیم که شاخصها در لحظات θ و t نسبت به محکی به جز زمان مقایسه محاسبه شده باشند. بعنوان مثال، نسبت مرگ‌ومیر کودکان کل کشور در جدول (۲) برابر است با میانگین حسابی موزون نسبتهای نواحی مختلف آن نسبت به تعداد متولدین زنده آن:

$$a_\theta = \frac{\text{تعداد متولدین ناحیه } \theta}{\text{تعداد متولدین کشور}}$$

چنانچه نسبت مرگ‌ومیر نوزادان کشور به M نمایش داده شود، نسبت مذکور از مرگ‌و میر نوزادان درخانوارهای شهری، روستائی وغیرساکن از رابطه زیربدست‌خواهدآمد:

$$M = a_{I}\ M_{I} + a_{II} \cdot M_{II} + a_{III} \cdot M_{III}$$

شاخص مرگ‌ومیر نوزادان کشور درمقایسه با مرگ‌ومیر در قاره‌آسیا معادل خواهد بود با میانگین موزون حسابی شاخص مذکور برای خانوارهای مختلف نسبت به کل کشور:

$$I_{IV/V}(M)= a_I \times I_{I/V}(M_I) + a_{II} \times I_{II/V}(M_{II}) + a_{III} \times I_{III/V}(M_{III})$$

درسال موردنظر وزن‌های a_I، a_{II} و a_{III} بقرار زیر بوده‌است (به‌جدول ۲مراجعه‌شود):

$a_I=$ ۰/۵۲۵

$a_{II}=$ ۰/۴۶۸

$a_{III}=$ ۰/۰۰۷

به این‌ترتیب اعداد شاخص خانوارهای سه‌گانه کشور و میانگین موزون آن بصورت ذیل قابل محاسبه میباشد:

۰/۵۲۵ × ۹۷/۶ + ۰/۴۶۸ × ۹۷/۲ + ۰/۰۰۷ × ۱۴۴/۱ = ۹۷/۶

بدین‌ترتیب در حالتی که فقط G_t یک میانگین حسابی موزون می‌باشد، شاخص ساده میانگین حسابی برابر است با میانگین حسابی موزون شاخصهای ساده با همان ضرائب وزنی‌قبل.

۲) G_t، G_0 عبارتند از حاصل جمعهای موزون با ضریب ثابت:

$$G_t= \sum_i a^i G_t^i \qquad G_o = \sum_i a^i G_o^i$$

در اینصورت شاخص ساده یک حاصل جمع موزون برابر است با میانگین حسابی موزون شاخصهای ساده‌آنها. در واقع داریم:

$$I_{t/o}(G)=I_{t/o}\left(\sum a^i G_t^i\right)$$

$$= \frac{\sum_i a^i G_t^i}{\sum_i a^i G_o^i} = \frac{\sum_i a^i G_o^i \frac{G_t^i}{G_o}}{\sum_i a^i G_o^i} = \frac{\sum_i a^i G_o^i . I_{t/o}(G^i)}{\sum_i a^i G_o^i}$$

ضرائب وزن شاخص $I_{t/o}(G^i)$ برابر است با:

$$w_i = \frac{a^i\ G_o^i}{\sum_i a^i G_o^i}$$

از اینجا بخصوص نتیجه میگردد که شاخص یک حاصل جمع موزون بین شاخصهای نسبی حدی‌شان قرار دارند:

$$\min_i I_{t/o}(G^i) \leqslant I_{t/o}(\sum_i a^i G^i) \leqslant \max_i I_{t/o}(G^i)$$

باید توجه نمود که درحالتی که در آن،چون حالت قبل، G_t برابر با میانگین حسابی موزونی از متغیرهای G_0 می‌باشد (حاصل جمع ضرائب a_i در آن حالت برابر ۱ میگردد) در آن صورت شاخص میانگین G برابر میانگین حسابی موزونی از شاخصهای نسبی خواهد بود ولی ضرائب یا وزنها با وزنهای قبلی آن اختلاف خواهند داشت:

$$\frac{a^i \quad G_0^i}{\sum_i a^i G_0^i} \neq a^i$$

جدول شماره ۳ میزان موالید و مرگ‌ومیر کشور را به‌تفکیک پسر و دختر در دومقطع سرشماری ۱۳۵۵ و ۱۳۶۵ ارائه می‌نماید.

جدول شماره ۳

میزان موالید و مرگ‌ومیر کشور به تفکیک پسر و دختر

	۱۳۵۵			۱۳۶۵		
	تولد	مرگ‌ومیر	نسبت مرگ‌ومیر به ۱۰۰۰ تولد	تولد	مرگ‌ومیر	نسبت مرگ‌ومیر به ۱۰۰۰ تولد
پسر	۷۲۵،۰۰۰	۷،۴۴۰	۱۰/۲۶	۹۹۹،۵۷۵	۸،۱۳۳	۸/۱۴
دختر	۶۷۷،۰۰۰	۵،۸۹۰	۸/۷۰	۹۳۴،۰۰۷	۶،۰۱۹	۶/۴۴
جمع	۱،۴۰۲،۰۰۰	۱۳،۳۳۰	۹/۵۱	۱،۹۳۳،۵۸۲	۱۴،۱۵۲	۷/۳۲

ازجدول فوق شاخص مرگ‌ومیر نوزادان کمتر ازیکسال به‌تفکیک پسر و دختر درسال ۱۳۶۵ نسبت به سال ۱۳۵۵ بدست می‌آید.

$$I(M_{65/55} \text{ پسر}) = ۱۰۰ \frac{۸/۱۴}{۱۰/۲۶} = ۷۹/۳۳$$

$$I(M_{65/55} \text{ دختر}) = ۱۰۰ \frac{۶/۴۴}{۸/۷} = ۷۴/۰۲$$

$$I(M_{65/55} \text{ کل}) = ۱۰۰ \frac{۷/۳۲}{۹/۵۱} = ۷۶/۹۷$$

نرخ تولد نوزادان پسر در سالهای ۱۳۵۵ و ۱۳۶۵ بترتیب معادل $a_{۵۵} = ۰/۵۱۷۱$ و $a_{۶۵} = ۰/۵۱۶۹$ بوده است . بنابراین با اندکی اغماض میتوان فرض نمود که نرخ تولدنوزادان پسر و دختر در فاصله دوسرشماری تغییر ننموده است .

$a=۰/۵۱۷$ $\qquad\qquad$ $a= ۰/۴۸۳$

دراین‌حالت وزنهای موثر درشاخص مرگ‌ومیر نوزادان پسر و دختر بمنظور محاسبه شاخص مرگ‌ومیر کل نوزادان از فرمولهای زیر محاسبه میشود .

$$\frac{a_{\text{پسر}} \times M_{۵۵\,\text{پسر}}}{a_{\text{پسر}} \times M_{۵۵\,\text{پسر}} + a_{\text{دختر}} \times M_{۵۵\,\text{دختر}}} = \frac{۰/۵۱۷۰ \times ۱۰/۲۶}{۰/۵۱۷\times ۱۰/۲۶+۰/۴۸۳\times ۸/۷۰} = ۰/۵۵۸$$

$$\frac{a_{\text{دختر}} \times M_{۵۵\,\text{دختر}}}{a_{\text{پسر}} \times M_{۵۵\,\text{پسر}} + a_{\text{دختر}} \times M_{۵۵\,\text{دختر}}} = \frac{۰/۴۸۳ \times ۸/۷}{۰/۵۱۷\times ۱۰/۲۶+۴/۸۳\times ۸/۷۰} = ۰/۴۴۲$$

به این‌ترتیب شاخص کل مرگ‌ومیر نوزادان متوسط موزونی از همین شاخص برای نوزادان دختر و پسر میباشد :

وزن‌های مورد استفاده از روابط فوق بدست آمده است .

$$I_{۶۵/۵۵}(M\ \text{کل}) = ۰/۵۵۸ \times I_{۶۵/۵۵}(M\ \text{پسر}) + ۰/۴۴۲ \times I_{۶۵/۵۵}(M\ \text{دختر}) =$$

$$= ۰/۵۵۸ \times ۷۹/۳۳ + ۰/۴۴۲ \times ۷۴/۰۲ = ۷۶/۹۷$$

۳) G_t و G_o برابر با حاصل جمع موزون با ضرائب متغیر می‌باشند .

$$G_o = \sum_i a_o^i\, G_o^i \qquad\qquad G_t = \sum_i a_t^i\, G_t^i$$

دراین‌حالت شاخص ساده یک حاصل‌جمع موزون برابر است با حاصل جمع موزون شاخصهای اجزاء آنها . در واقع داریم :

$$I_{t/o}(G) = \frac{G_t}{G_o}$$

$$= \frac{\sum_i a_t^i G_t^i}{\sum_i a_o^i G_o^i} = \frac{\sum_i a^i G_o G_t^i / G_o^i}{\sum_i a_o^i G_o^i} = \frac{\sum_i a_t^i G_o^i\, I_{t/o}(G^i)}{\sum_i a_o^i\, G_o^i}$$

بدین‌ترتیب ضریب شاخص نسبی $I_{t/o}\ (G^i)$ برابر است با :

$$\frac{a_t^i \quad G_o^i}{\sum_i a_o^i \quad G_o^i}$$

لازم است ملاحظه کنیم که حاصل جمع ضرائب وزنی در اینجا برابر واحد نیست بطوریکه شاخص مجموع برابر میانگین شاخص مثل حالت قبل نمی‌گردد. این موضوع بخصوص در حالتیکه G یک میانگین می‌باشد قابل اهمیت می‌باشد. درصورتیکه در دوحالتی که در بالا نشان داده شد (۱و۲) شاخص میانگین برابر میانگین شاخصها بوده است هنگامیکه ضرائب وزنی متغیر می‌باشند شاخص میانگین برابر میانگین شاخصها نیست . ممکن است بخصوص حالتی پیش‌آید که در آن شاخص میانگین خارج از فاصله شاخصهای نسبی قرار گیرد .
مثال : نرخهای باروری برحسب سن خانمهای ۴۰ تا ۴۵ ساله درکشوری بصورت زیر برای سالهای ۱۹۵۹ و ۱۹۶۰ در دست هستند (۰/۰۰) .

نرخهای باروری برحسب سن خانمهای ۴۰ تا ۴۵ ساله

	۴۰	۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۰تا ۴۵
۱۹۵۹	۳۴	۲۶	۱۹	۱۳	۸	۲۰	
۱۹۶۰	۳۱	۲۵	۱۸	۱۲	۷	۲۱	
$I_{۶۰/۵۹}$	۹۱	۹۶	۹۵	۹۲	۸۸	۱۰۵	

در حالتی که شاخصهای سالیانه همگی کوچکتر از ۱۰۰ می‌باشند ، شاخص گروه ۵ ساله بزرگتر از ۱۰۰ است . با وصف این نرخ ۵ ساله باروری برابر میانگین موزون نرخهای سالیانه برحسب تعداد خانمها در هر تاریخ سنی می‌باشد . دلیل این اختلاف این است که ساختمان جمعیت برحسب سن بین ۱۹۵۹ و ۱۹۶۰ تغییر نموده است . در ۱۹۶۰ ، گروه ۴۰ تا ۴۵ ساله بدلیل شکل هرم سنی آن دارای میانگین کمتری نسبت به ۱۹۵۹ در آن کشور بوده است ، (به این دلیل این گروه سنی ازقدرت باروری بیشتری برخوردار بوده است) . اثر جوان شدن جمعیت بر اثر کاهش حقیقی باروری بر رشد جمعیت می‌چربد .

۵) خاصیت ضرب پذیری

شاخص ساده حاصلضرب دو متغیر برابر است با حاصلضرب شاخصهای ساده هر یک از متغیرها :

$$I_{t/o}(A.B) = I_{t/o}(A).I_{t/o}(B)$$

خاصیت فوق از رابطه ذیل بخوبی مشهود است :

$$\frac{A_t B_t}{A_o B_o} = \frac{A_t}{A_o} . \frac{B_t}{B_o}$$

مثال : متوسط قیمت مس دربازار بین‌المللی از پوندی ۱/۰۳۲۴ دلار درسال ۱۳۵۵ به پوندی ۰/۹۹۴۰ دلار درسال ۱۳۶۵ کاهش یافته‌است . درهمین فاصله نرخ برابری ریال نسبت به‌دلار آمریکا از ۷۰/۵۱۴ به ۷۶/۴۱۸ افزایش یافته است . بنابراین شاخص قیمت مس نسبت به‌ریال در فاصله دومقطع زمانی از رابطه زیر حاصل می‌شود :

$$\underset{65/55}{I(C)} = \underset{65/55}{I(D)} . \underset{65/55}{I(CD)} = ۱۰۰ \times \frac{۷۶/۴۱۸}{۷۰/۵۱۴} \times \frac{۰/۹۹۴۰}{۱/۰۳۲۴} = ۱۰۴/۴$$

۶) تقسیم‌پذیری

شاخص ساده خارج قسمت دومتغیر برابر است با خارج‌قسمت شاخصهای ساده‌آن متغیرها :

$$I_{t/o}(A/B) = I_{t/o}(A) / I_{t/o}(B)$$

زیرا داریم :

$$\frac{A_t / B_t}{A_o / B_o} = \frac{A_t}{A_o} : \frac{B_t}{B_o}$$

به همان روش که برای ضرب‌پذیری گفته شد، تقسیم نیز بر روی شاخصهای ساده امکان‌پذیر خواهد بود .

مثال : درصورتیکه قیمت یکتن کود شیمیائی از ۵۰۲۹۰ ریال درسال ۱۳۵۵ به ۷۰۲۶۰ ریال درسال ۱۳۶۵ افزایش یافته باشد، شاخص دلاری قیمت کود با توجه به تغییر نرخ برابری پول از رابطه زیر بدست می‌آید :

$$\underset{65/55}{I}(\text{کود}) = ۱۰۰ \frac{۱۰۰ \times \frac{۷۲۶۰}{۵۲۹۰}}{۱۰۰ \times \frac{۷۶/۴۱۸}{۷۰/۵۱۴}} = ۱۲۶/۷$$

شاخصهای ترکیبی

تعریف :

متغیر مرکب G که از ترکیب اجزائی چون $G^1, G^2, \ldots G^i$ تشکیل شده است و در آن، بعنوان مثال ، G عبارت است ازسطح عمومی قیمت کالاهای خردهفروشی و G^i هائی که اجزاء G را تشکیل می‌دهند عبارتند از قیمت کالاها که در مرحله نهائی دادوستدشان هستند ، درنظر می‌گیریم . شاخص ساده اجزاء G^i ها توسط رابطه زیر تعریف شده‌اند :

$$I_{t/o}(G^i) = \frac{G^i_t}{G^i_o}$$

مسئله عبارت است از اینکه یک شاخص ترکیبی $I(G)$ تشکیل دهیم، که از اجزاء شاخصهای ساده بالا تشکیل شود .این شاخص را شاخص متغیر G می‌نامیم، لازم است شاخص ترکیبی $I(G)$ که به این نحو تشکیل می‌دهیم تا آنجا که ممکن است دارای همان خواص شاخصهای ساده اجزاء تشکیل‌دهنده آن باشند .

شاخصهای ترکیبی که درعمل به‌کار می‌روند :

ساختن یک شاخص ترکیبی همان مسائلی را ایجاد می‌نماید که تخلیص یک توزیع آماری بوسیله مشخصه تمایل مرکزی آن بوجود می‌آورد . درحالتهائی که در آن شاخصهای ساده که اجزاء شاخص ترکیبی را تشکیل می‌دهند کمتر ازیکدیگر پراکنده می‌باشند ، بدست دادن شاخصی که ازترکیب آنها ساخته می‌شود تقریبا " بسادگی امکان‌پذیر بوده و دارای معنای متقاعدکننده و محکمی می‌باشد .اگر برعکس شاخصهای ساده‌ای که اجزاء شاخص ترکیبی ما را تشکیل می‌دهند از یک‌حدی بیشتر پراکندگی داشته باشند ، هرنوع شاخص ترکیبی که از آنها ساخته شود بطور قابل قبول راضی‌کننده نخواهد بود .

تعداد زیادی فرمول جهت تشکیل شاخصهای ترکیبی پیشنهاد شده است . در این نوشته به تعدادی از آنها که بسیار طولانی و پیچیده می‌باشند (۱) و در نتیجه چندان هم مفید نیستند اشاره‌ای نخواهیم داشت. فقط به معرفی سه شاخص که ازهمه مهمتر هستند اکتفا می‌کنیم.

۱ــ علاقه‌مندان میتوانند به کتاب زیر مراجعه نمایند .

" The making of index numbers" Irving FISHER, 1922.

شاخصهای لاسپیرز و پاشه

فرض کنیم : w_1^i و w_0^i بترتیب ضرائب اهمیت‌نسبی جزء i ام متغیر G در لحظات صفر و ۱ بوده (۱) ، بطوریکه برای‌آنها داریم :

$$\sum_i w_0^i = \sum_i w_1^i = 1$$

شاخصهائی که توسط اقتصاددانان آلمانی (Laspeyres) و (Paasche) پیشنهاد شده‌اند عبارتند ازمیانگین موزون شاخصهای ساده‌ای با وزنهای w^i که اجزاء شاخص ترکیبی موردنظر را تشکیل می‌دهند .

ـ شاخص لاسپیرز عبارت است ازمیانگین حسابی موزون شاخصهای اولیه با وزنهائی برابر w_0^i در لحظه صفر یا زمان پایه بصورت زیر :

$$L_{1/0}(G) = \sum_i w_0^i \, I_{1/0}(G^i) = \sum_i w_0^i \frac{G_1^i}{G_0^i}$$

ـ شاخص پاشه عبارت است از میانگین هارمونیک موزونی از شاخصهای ساده با وزنهای w_1^i برای زمانهای جاری :

$$\frac{1}{P_{1/0}(G)} = \sum_i \frac{w_1^i}{I_{1/0}(G^i)} = \sum_i w_1^i \frac{G_0^i}{G_t^i}$$

ـ شاخص فیشر (Fisher)

شاخص فیشر عبارت است میانگین هندسی ساده شاخصهای لاسپیرز و پاشه :

$$F_{1/0}(G) = \sqrt{L_{1/0}(G) \cdot P_{1/0}(G)}$$

مقایسه شاخصهای لاسپیرز ، پاشه و فیشر :

الف) شاخص فیشر بین شاخصهای لاسپیرز و پاشه قرار دارد ، زیرا این شاخص میانگین هندسی از شاخصهای لاسپیرز و پاشه می‌باشد .

ب) شاخصهای لاسپیرز و پاشه بین شاخصهای ساده تشکیل دهنده‌شان قرار دارند . شاخص فیشر نیز به همین صورت است بطوریکه این شاخص نیز بین شاخصهای حدی ساده تشکیل دهنده‌اش واقع می‌باشد :

$$\min_i I_{1/0}(G^i) \leqslant [P_{1/0}(G), F_{1/0}(G), L_{1/0}(G)] \leqslant \max_i I_{1/0}(G^i)$$

۱ـ w^i همان نقشی را که فراوانی نسبی دریک متغیر آماری بازی می‌کند در اینجا دارامیباشد .

پ) از خاصیت (ب) نتیجه میشود که هنگامیکه شاخصهای ساده اجزاء شاخصهای‌مرکب با یکدیگر برابر باشند هر سه شاخص ترکیبی لاسپیرز، پاشه و فیشر نیز با یکدیگر برابر خواهند بود .

ج) بسیار اتفاق می‌افتد که شاخص پاشه کوچکتر از شاخص لاسپیرز باشد . در واقع اگر ضرائب وزنی w_0^i و w_1^i با یکدیگر برابر باشند ، شاخص پاشه ، یعنی میانگین هارمونیک ازشاخص لاسپیرز که میانگین حسابی می‌باشد کوچکتر میشود . برای‌اینکه شاخص پاشه بزرگتر از لاسپیرز گردد ، باید که وزنهای نسبی w^i اجزائی که شاخص ساده آنها بزرگ است افزایش یافته و برای آنهائی که شاخص ساده‌شان کوچک است کاهش بیابد .

د) برتری شاخص لاسپیرز بر شاخص پاشه در این است که برای بدست‌آوردن شاخص لاسپیرز کافی است که تنها شاخص‌های ساده آنها را در هر زمان و ضرائب وزنی آنها را در زمان پایه در دست داشته باشیم . درحالیکه برای تهیه شاخص پاشه علاوه‌بر شاخصهای ساده لحظه‌ای باید ضرائب وزنی آنها نیز در هرلحظه در دست باشند برای شاخص فیشر نیز به همین نحو است . به این دلیل است که بیشتر شاخصها در عمل از نوع شاخص لاسپیرز می‌باشند .

خاصیت شاخصهای لاسپیرز، پاشه و فیشر

گردش‌پذیری یا خاصیت دورانی :

هیچکدام از این سه شاخص دارای خاصیت گردش‌پذیری نیستند .

الف) شاخص لاسپیرز :

نسبت شاخصهای لاسپیرز مربوط به زمان ۲ و ۱ تشکیل یک شاخص لاسپیرز زمان ۲ نسبت به زمان ۱ نمی‌دهد .

$$\frac{L_{2/0}(G)}{L_{1/0}(G)} = \frac{\sum_i w_0^i \frac{G_2^i}{G_0^i}}{\sum_i w_0^i \frac{G_1^i}{G_0^i}} = \frac{\sum_i \frac{w_0^i G_1^i}{G_0^i} \cdot \frac{G_2^i}{G_1^i}}{\sum_i \frac{w_0^i G_1^i}{G_0^i}} = \sum_i \frac{w_0^i \, I_{1/0}(G^i)}{L_{1/0}(G)} I_{2/1}(G^i)$$

درحالیکه داریم : $L_{۲/۱}(G) = \sum_i w_۱^i I_{۲/۱}(G^i)$

با وجود این ، هردونتیجه عبارتند ازمیانگین حسابی موزونی ازشاخصهای ساده $I_{۲/۱}(G^i)$ با ضرائب وزنی

$w_۱^i$ برای $L_{۲/۱}(G)$ و $\frac{w_o^i I_{۱/o}(G^i)}{L_{۱/o}(G)}$ برای $\frac{L_{۲/o}(G)}{L_{۱/o}(G)}$

ضریب اول درصورتیکه $\frac{I_{۱/o}(G^i)}{L_{۱/o}(G)} > \frac{w_۱^i}{w_o^i}$ باشد از ضریب دوم بزرگتر است . کهمعنای آن عبارت است از اینکه اگر شاخص نسبی G^i بزرگتر از شاخص ضریب اهمیتش باشد اولین ضریب از ضریب دوم بزرگتر خواهد بود .

ب) شاخص پاشه :

نسبت شاخصهای پاشه مربوط به تاریخهای ۲ و ۱ یک شاخص پاشه تاریخ ۲ به ۱ نیست :

$$\frac{P_{۲/o}(G)}{P_{۱/o}(G)} = \frac{\sum_i w_۱^i \frac{G_o^i}{G_۱^i}}{\sum_i w_۲^i \frac{G_o^i}{G_۲^i}}$$

درصورتیکه

$$P_{۲/۱}(G) = \frac{۱}{\sum_i w^i \frac{G_۱^i}{G_۲^i}}$$

تنها فرق این نتیجه با آنچه که درمورد شاخص لاسپیرز برقرار بود در این است که ، در این‌حالت دیگر خارج‌قسمت دوشاخص پاشه بصورت یک میانگین هارمونیکی از شاخصهای ساده $I_{۱/o}(G^i)$ نیست .

ج) شاخص فیشر :

مثل دوحالت قبل شاخص فیشر دارای خاصیت گردشی نیست .

خاصیت عکس پذیری

هیچیک از دوشاخص لاسپیرز و پاشه دارای خاصیت عکس پذیری نیستند.

$$L_{0/1}(G) = \sum_i w^i \frac{G_0^i}{G_1^i} = \frac{1}{P_{1/0}(G)} \neq \frac{1}{L_{1/0}(G)}$$

$$P_{0/1}(G) = \frac{1}{\sum_i w_0^i \frac{G_1^i}{G_0^i}} = \frac{1}{L_{1/0}(G)} \neq \frac{1}{P_{1/0}(G)}$$

باید توجه نمود که اگر زمانهای ۰ و ۱ عکس شوند، شاخصهای لاسپیرز و پاشه به یکدیگر تبدیل میگردند. درنتیجه شاخص فیشر یک شاخص عکس‌پذیر خواهد بود.

$$F_{0/1}(G) = \sqrt{L_{1/0}(G)\ P_{0/1}(G)} = \frac{1}{\sqrt{P_{1/0}(G).L_{1/0}(G)}} = \frac{1}{F_{1/0}(G)}$$

جمع‌پذیری اجزاء Aggregation

شاخصهای لاسپیرز و پاشه، بعلت اینکه ساختارشان برمبنای میانگین بنا شده است دارای خاصیت جمع‌پذیری می‌باشند. بدین‌ترتیب برای شاخص لاسپیرز داریم: شاخص لاسپیرز مجموع برابر است با شاخص لاسپیرز شاخصهای لاسپیرز هرگروه ازاجزاء آنها، در واقع دسته‌بندی دوگانه‌ای از اجزاء را درنظر میگیریم، بطوریکه در آن اندیس i مربوط است به گروه اجزاء، و اندیس j مربوط است به اجزاء تشکیل‌دهنده آن گروه. اهمیت‌نسبی گروه i برابر است با حاصل جمع اهمیتهای نسبی اجزاء آن گروه.

$$w^i = \sum_j w^{ij}$$

اهمیت‌نسبی j امین جزء نسبت به گروه مربوطه‌اش i برابر است با:

$$w^{j/i} = \frac{w^{ij}}{w^i}$$

شاخص لاسپیرز مجموع برابر است با :

$$L_{1/o}(G) = \sum_i \sum_j w_o^{ij} \frac{G_1^{ij}}{G_o^{ij}} = \sum_i \sum_j w_o^{ij} I_{1/o}^{ij}$$

شاخص لاسپیرز گروه i ام برابر است با :

$$L_{1/o}(G^i) = \sum_j w_o^{j/i} \frac{G_1^{ij}}{G_o^{ij}} = \sum_j \frac{w_o^{ij}}{w_o^i} I_{1/o}^{ij}$$

درنتیجه داریم :

$$L_{1/o}(G) = \sum_i w_o^i L_{1/o}(G^i)$$

بدین ترتیب شاخص $L_{1/o}(G)$ بصورت میانگینی از شاخصهای لاسپیرز موزون شده با اهمیت نسبی دوره مربوطشان بیان میشود .

$$I_{1/o}[L(G^i)] = \frac{L_{1/o}(G^i)}{L_{o/o}(G^i)} = L_{1/o}(G^i)$$

بدین‌ترتیب ، شاخص لاسپیرز هر گروه تشکیل‌دهنده محاسبه می‌شود و با ترکیب کردن شاخصهای گروهها توسط فرمول لاسپیرز شاخص مجموع بدست می‌آید .

درحالت شاخص پاشه همین خاصیت وجود دارد بطوریکه شاخص پاشه مجموع برابر است با مجموع شاخصهای پاشه اجزاء گروه :

$$\frac{1}{P_{1/o}(G)} = \sum_i w_1^i \frac{1}{P_{1/o}(G^i)}$$

و یا

$$\frac{1}{P_{1/o}(G)} = \sum_i w_1^{ij} \frac{1}{I_{1/o}(G^{ij})} = \frac{\sum_i w_1^{ij} \frac{1}{I_{1/o}(G^{ij})}}{\sum_i w_1^i}$$

شاخص فیشر این خاصیت مجموع را دارا نیست .

شاخصهای قیمت ، مقدار و ارزش

تحول هزینه یک خانوار را درفاصله زمانی o و ۱ درنظر می‌گیریم برای ساده شدن مسئله فرض می‌کنیم که کالاهائی که درتاریخ o دربازار موجود بوده‌اند درزمان ۱ نیز به‌همان‌صورت موجود می‌باشند . فرض کنیم p^i قیمت و q^i مقدار کالای i ام است که خانوار موردنظر از آن خریداری می‌کند بطوریکه داریم :

برای تاریخ o $\quad p_o^i \quad q_o^i$ $\qquad\qquad$ برای تاریخ ۱ $\quad p_1^i \quad q_1^i$

هزینه‌های مربوط به کالاهای i ام در این دو زمان برابرند با :

در زمان o $\quad D_o^i = p_o^i \; q_o^i$ $\qquad\qquad$ در زمان ۱ $\quad D_1^i = p_1^i \; q_1^i$

و هزینه کل برابر است با :

$$D_o = \sum_i p_o^i \; q_o^i$$

$$D_1 = \sum_i p_1^i \; q_1^i$$

بنابر تعریف ضریب بودجه‌ای کالای i ام عبارت خواهد بود ازسهم هزینه این کالا در هزینه کل ، در نتیجه داریم :

$$w_o^i = \frac{p_o^i \; q_o^i}{\sum_i p_o^i \; q_o^i} \qquad\qquad w_1^i = \frac{p_1^i \; q_1^i}{\sum_i p_1^i \; q_1^i}$$

ضرایب بودجه‌ای که حاصل جمعشان برابر واحد است ، اهمیت نسبی کالاهای مختلف را در هزینه خانوار اندازه‌گیری می‌نمایند .

بنابر تعریف شاخص ساده این متغیرها بترتیب برابرند با :

شاخص قیمت i ام $\qquad$ شاخص مقدار i ام $\qquad$ شاخص هزینه کالای i ام

$$I_{1/o}(D^i) = \frac{p_1^i \; q_1^i}{p_o^i \; q_o^i} \; , \; I_{1/o}(q^i) = \frac{q_1^i}{q_o^i} \; , \; I_{1/o}(p^i) = \frac{p_1^i}{p_o^i}$$

این سه شاخص ساده مربوط به کالای i ام توسط رابطه زیر به یکدیگر وابسته میباشند .

$$I_{1/0}(D^i)= I_{1/0}(P^i) \times I_{1/0}(q^i)$$

یعنی شاخص‌هزینه= شاخص‌قیمت×شاخص‌مقدار

شاخص هزینه‌کل برابر است با نسبت هزینه کل در لحظات ۱ و 0

$$I_{1/0}(D) = \frac{\sum_i p_1^i\, q_1^i}{\sum_i p_0^i\, q_0^i}$$

در زیر شاخصهای ترکیبی قیمت و مقداری را تعریف می‌کنیم .

ضرائب بودجه‌ای در این شاخصها همچون ضرائب وزنی وارد میشوند. شاخصهای لاسپیرز و پاشه بترتیب برابرند با :

لاسپیرز:

قیمت

$$L_{1/0}(P) = \frac{\sum_i p_0^i\, q_0^i \dfrac{p_1^i}{p_0^i}}{\sum_i p_0^i\, q_0^i} = \frac{\sum_i p_1^i\, q_0^j}{\sum_i p_0^i\, q_0^i}$$

مقدار

$$L_{1/0}(q)= \frac{\sum_i p_0^i\, q_0^i \dfrac{p_1^i}{q_0^i}}{\sum p_0^i\, q_0^i} = \frac{\sum_i p_0^i q_1^i}{\sum_i p_0^i q_0^i}$$

پاشه:

قیمت

$$P_{1/0}(p) = \frac{\sum_i p_1^i\, q_1^i}{\sum_i p_1^i q_1^i \dfrac{p_0^i}{p_1^i}} = \frac{\sum_i p_1^i q_1^i}{\sum_i p_0^i\, q_1^i}$$

مقدار

$$P_{1/0}(q)= \frac{\sum_i p_1^i\, q_1^i}{\sum_i p_1^i q_1^i \dfrac{q_0^i}{q_1^i}} = \frac{\sum_i p_1^i\, q_1^i}{\sum_i p_1^i\, q_0^i}$$

بدین ترتیب شاخصهای لاسپیرز و پاشه بصورت نسبتهائی از هزینه کل و یا عوامل دیگر (مثل قیمت یا مقدار) به جز آنچه که در شاخص مربوطه ثابت فرض میشوند محاسبه میگردند. مثلا" درمورد شاخصهای قیمت ، هزینه‌کل با مقادیر ثابت و سیستم قیمتهای متغیر به حساب گرفته میشوند .

برای شاخصهای مقداری ، هزینه کل با قیمتهای ثابت و مقادیر متغیر . شاخص لاسپیرز ضرائب ثابت مربوط به زمان پایه را بکار میگیرد درحالیکه شاخص پاشه این ضرائب را برای هر لحظه و یا بطورکلی‌تر برای لحظه‌های جاری نیز بکار می‌برد .

تبصره :

گاهی اوقات برای مشخص کردن شاخصهای لاسپیرز و پاشه ازنحوه نوشتن برداری استفاده میشود . اگر بردارهای قیمت را در زمانهای o و ۱ بترتیب با p_o و p_1 و بردارهای مقدار را در همان زمانها بترتیب با q_o و q_1 نشان دهیم ، شاخصهای لاسپیرز و پاشه در قالبهای برداری بصورت زیر نوشته میشوند :

$$L_{1/o}(p) = \frac{p_1 \cdot q_o}{p_o \cdot q_o} \qquad L_{1/o}(q) = \frac{p_o \cdot q_1}{p_o \cdot q_o}$$

$$P_{1/o}(p) = \frac{p_1 \cdot q_1}{p_o \cdot q_1} \qquad P_{1/o}(q) = \frac{p_1 \cdot q_1}{p_o \cdot q_o}$$

شاخص لاسپیرز قیمتها از نقطه‌نظر هندسی بصورت نسبت تصویر بردار p_1 روی بردار q_o تقسیم‌بر تصویر بردار p_o روی بردار q_o تعبیر میشود . شاخص پاشه قیمتها نیز ازنقطه نظر هندسی برابر است با تصویر بردار p_1 روی بردار q_1 تقسیم‌بر تصویر بردار p_o بر بردار q_1 .

مقایسه تحول شاخصهای لاسپیرز و پاشه

تحول شاخصهای لاسپیرز و پاشه را درطول زمان نسبت به یک زمان مشترک o موسوم به زمان پایه درنظر میگیریم .

سطح شاخصها

شاخصهای لاسپیرز، پاشه و فیشر هرسه در زمان پایه بنابر تعریف برابر ۱۰۰ می‌باشند. حال نشان میدهیم که معمولا" نامساوی زیر بین این شاخصها برقرار می‌باشد:

$$P \leqslant F \leqslant L$$

شاخص لاسپیرز قیمتها، که میانگین حسابی موزونی ازشاخصهای ساده میباشد، برای کالای i ام وزن زیر را قائل است:

$$w_o^i = \frac{p_o^i q_o^i}{\sum_i p_o^i q_o^i}$$

شاخص پاشه قیمتها کەبه این‌صورت نوشته میشود.

$$P_{1/o}(p) = \frac{\sum_i p_1^i\ q_1^i}{\sum_i p_o^i\ q_1^i} = \frac{\sum_i p_o^i\ q_1^i\ \frac{p_1^i}{p_o^i}}{\sum_i p_o^i\ q_1^i}$$

این شاخص میتواند بصورت یک میانگین موزونی از شاخصهای ساده تعبیر شود که درآن کالای i ام دارای وزنی برابر با:

$$w^i = \frac{p_o^i\ q_1^i}{\sum_i p_o^i q_1^i}$$

وزن کالای i ام درفرمول لاسپیرز بشرطی ازفرمول پاشه بیشتر میباشد که داشته باشیم:

$$\frac{p_o^i q_o^i}{\sum_i p_o^i q_o^i} > \frac{p_o^i\ q_1^i}{\sum_i p_o^i q_1^i}$$

یعنی وقتی که رابطه زیر برقرار باشد.

$$\frac{q_1^i}{q_o^i} < \frac{\sum_i p_o^i q_1^i}{\sum_i p_o^i q_o^i}$$

که این رابطه اخیر را میتوان بصورت زیر نوشت:

$$I_{1/o}(q^i) < L_{1/o}(q)$$

بدین ترتیب هر کالائی که شاخص ساده مقداری آن کوچکتر از شاخص میانگینی کەتوسط شاخص مقداری لاسپیرز اندازه‌گیری میشود باشد، درفرمول لاسپیرز دارای وزن بیشتری‌خواهد بود تا در فرمول پاشه. درنتیجه لااقل بطور متوسط زیاد دیده میشود که کالاهائی که مصرف نسبی‌شان بیشتر کاهش می‌یابد کالاهائی هستند که قیمت نسبی‌شان ازافزایش بیشتری برخوردار است (این قضیه درمورد یک مجموعه کالاهای جایگزین شونده صادق است و در این حالت فرض میشود که ذایقه مصرف‌کنندگان نیز تغییر نمی‌کند) در نتیجه شاخصهای ساده قیمت که بیشتر افزایش یافته‌اند در فرمول لاسپیرز دارای ضرائب وزنی بزرگتری هستند تا درفرمول پاشه، از

اینجا نتیجه میشود که شاخص قیمتها لاسپیرز در اکثر اوقات ازشاخص قیمتها پاشه بالاتر است .

درتابلوی زیر شاخصهای خرده‌فروشی قیمت لاسپیرز و پاشه به پایه ۱۹۴۹ که ازقیمت‌گیری ۲۱۳ کالا بدست آمده درج شده است (چون شاخص پاشه در کشور تهیه نمیشود به ناچار این جدول ازمجله Etudes Statistigues که در اکتبر ۱۹۵۷ منتشر شده است‌استخراج گردیده است) .

گروه کالاها	شاخص لاسپیرز	شاخص پاشه
غذا	۱۳۹/۷	۱۴۵/۱
محصولاتی که از آرد تهیه میشوند	۱۴۶/۱	۱۵۰/۰
گوشت و ماهی	۱۵۹/۹	۱۵۷/۷
تخم‌مرغ ، شیر ، چربیها	۱۱۹/۱	۱۲۰/۳
سایر محصولات غذائی	۱۳۵/۸	۱۴۸/۷
آشامیدنیها	۱۲۷/۷	۱۲۷/۱
هزینه مسکن	۱۹۷/۹	۱۸۹/۶
اجاره	۲۵۰/۹	۲۶۴/۹
شوفاژ و روشنائی	۱۷۶/۲	۱۷۵/۲
وسائل منزل و تجهیزات منزل	۱۵۴/۸	۱۴۷/۰
بهداشت و درمان	۱۶۸/۷	۱۴۹/۸
حمل و نقل	۱۸۷/۷	۱۷۹/۵
پوشاک	۱۲۴/۷	۱۲۰/۸
لباس	۱۳۳/۶	۱۳۲/۸
پارچه برای لباس و منزل	۱۱۰/۵	۱۰۷/۸
تریکو و امثالهم	۱۲۲/۹	۱۰۵/۸
کفش	۱۲۲/۸	۱۲۶/۵
تفریحات	۱۸۰/۰	۱۵۵/۳
سینما و تئاتر	۲۰۷/۰	۲۱۱/۳
کتاب	۱۸۰/۵	۱۶۰/۶
سایر	۱۵۸/۸	۱۲۹/۴
کل	۱۵۰/۰	۱۴۹/۱

چنانکه از ارقام این جدول مستفاد میگردد :

شاخص پاشه گروه غذا بطور سیستماتیک (بجز در زیر گروه گوشت و ماهیها) بالاتراز شاخص لاسپیرز قرار دارد، برعکس بنابر دلائلی که گفته شد : بطورمتوسط، مصرف‌کنندگان تمایل دارند که کالاهائی را که قیمتشان بیشتر افزایش می‌یابد درحجم زیاد خریداری نمایند.

اگر شاخص مقداری را نیز مورد مطالعه قرار دهیم ، به همین نتایج برخورد می‌کنیم . در واقع این امر می‌تواند بسرعت توسط رابطه زیر بررسی شود :

$$L_{1/0}(p) \cdot P_{1/0}(q) = L_{1/0}(q) \cdot P_{1/0}(p) = I_{1/0}\ (D)$$

از رابطه بالا نتیجه میشود که اگر شاخص لاسپیرز قیمتها بالاتر از شاخص پاشه قیمتها باشد ، شاخص لاسپیرز مقدار نیز بالاتر از شاخص پاشه مقدار خواهد بود :

$$\frac{L_{1/0}(p)}{P_{1/0}(p)} = \frac{L_{1/0}(q)}{L_{1/0}(q)}$$

بدین‌ترتیب ، در اغلب موارد ، شاخصهای لاسپیرز ، چه برای شاخصهای مقداری و چه برای شاخصهای قیمت ، بالاتر از شاخصهای پاشه قرار میگیرند .

فرمول Bortkiewicz

آماردان‌آلمانی Bortkiewicz فرمول انحراف بین شاخص پاشه و لاسپیرز را بصورت زیر بدست داده است :

شاخصهای قیمت بترتیب بصورت زیر میباشند :

$$L_{1/0}(p) = \frac{\sum_i p_1^i q_0^i}{\sum_i p_0^i q_0^i} \qquad P_{1/0}(p) = \frac{\sum_i p_1^i q_1^i}{\sum_i p_0^i q_1^i}$$

بنابراین داریم :

$$P_{1/0}(p) - L_{1/0}(p) = \frac{\sum_i p_1^i q_1^i}{\sum_i p_0^i q_1^i} - \frac{\sum_i p_1^i q_0^i}{\sum_i p_0^i q_0^i}$$

$$= \frac{\sum_i p_o^i q_o^i}{\sum_i p_o^i q_1^i} \left[\frac{\sum_i p_1^i q_1^i}{\sum_i p_o^i q_o^i} - \frac{\sum_i p_1^i q_o^i}{\sum_i p_o^i q_o^i} \quad \frac{\sum_i p_o^i q_1^i}{\sum_i p_o^i q_o^i} \right]$$

$$= \frac{1}{L_{1/o}(p)} \left[\frac{\sum_i p_o^i q_o^i \dfrac{p_1^i q_1^i}{p_o^i q_o^i}}{\sum_i p_o^i q_o^i} - \frac{\sum_i p_o^i q_o^i \dfrac{p_1^i}{p_o^i}}{\sum_i p_o^i q_o^i} \cdot \frac{\sum_i p_o^i q_o^i \dfrac{q_1^i}{q_o^i}}{\sum_i p_o^i q_o^i} \right]$$

ملاحظه میشود که اولین جمله داخل کروشه برابر است با میانگین (موزون شده توسط w_o^i) حاصل‌ضرب شاخصهای ساده، دو جمله دیگر عبارتند از میانگین (موزون شده توسط w_o^i) شاخصهای ساده قیمت و مقدار، بنابراین کروشه عبارت است از کوواریانس موزون شده بین شاخصهای ساده قیمت و مقدار بطوریکه :

$$P_{1/o}(p) - L_{1/o}(p) = \frac{\mathrm{cov}[I_{1/o}(p^i), I_{1/o}(q^i)]}{L_{1/o}(p)}$$

برای شاخصهای مقداری نیز، همان نتایج قبلی حاصل است :

$$P_{1/o}(q) - L_{1/o}(q) = \frac{\mathrm{cov}[I_{1/o}(p^i), I_{1/o}(q^i)]}{L_{1/o}(p)}$$

بدین‌ترتیب ملاحظه میگردد که شاخص پاشه درحالتی کوچکتر از شاخص لاسپیرز خواهد گشت که بطور متوسط جهات تغییرات قیمت و مقدار با یکدیگر یکی نباشند و در صورتیکه بطور متوسط جهات تغییرات قیمت و مقدار با یکدیگر یکی باشند شاخص پاشه از شاخص لاسپیرز بزرگتر خواهد بود و نهایتا " در صورتیکه قیمتها و مقادیر بدون کوواریانس با یکدیگر تغییر نمایند، این دو شاخص با هم برابر میشوند .

مقایسه تغییرات

درسطور قبل نشان داده‌شد که بطورکلی نسبت شاخصها درلحظه ۲ به لحظه ۱ با نسبت شاخصهای لحظه ۲ و لحظه ۱ نسبت به زمان پایه ٥ فرق میکنند . این امکان وجود دارد که در حالت شاخصهای قیمت و یا مقداری ، جهت این تغییر مشخص شوند .

شاخصهای لاسپیرز

نسبت شاخصهای لاسپیرز قیمت برابر است با :

$$\frac{L_{۲/0}(p)}{L_{۱/0}(p)} = \frac{\sum_i p_۲^i q_0^i}{\sum_i p_۱^i\ q_0^i} = \frac{\sum_i p_۱^i q_0^i\ I_{۲/۱}(p^i)}{\sum_i p_۱^i q_0^i}$$

درحالیکه

$$L_{۲/۱}(p) = \frac{\sum_i p_۱^i\ q_۱^i\ I_{۲/۱}(p^i)}{\sum_i p_۱^i\ q_۱^i}$$

وزن های شاخص ساده $I_{۲/۱}(p^i)$ در فرمول‌های فوق بترتیب برابر است با :

$$\frac{p_۱^i q_0^i}{\sum_i p_۱^i q_0^i} \quad , \quad \frac{p_۱^i\ q_۱^i}{\sum_i p_۱^i q_۱^i}$$

در صورتیکه رابطه زیر برقرار باشد وزن اولی از وزن دومی بزرگتر خواهد بود :

$$\frac{q_۱^i}{q_0^i} < \frac{\sum_i p_۱^i q_۱^i}{\sum_i p_۱^i\ q_0^i}$$

یعنی اگر داشته باشیم

$$I_{۱/0}(q^i) < P_{۱/0}(q)$$

بنابراین کالاهائی که شاخص مقداریشان کوچکتر ازشاخص متوسطی است که توسط شاخص پاشه اندازه‌گیری میشود دارای ضریب بزرگتری در فرمول نسبتهای شاخصهای لاسپیرز قیمت هستند . این کالاها اکثرا" کالاهائی هستند که شاخص قیمتشان بالاتر از میانگین است .در نتیجه، مقایسه شاخصهای لاسپیرز لحظه ۲ که برمبنای زمان پایه ۱۰۰ محاسبه نشده‌اند معمولا" تمایل دارند که افزایش (یا کاهش) بیشتری را درترقی (یا کاهش) قیمتها نسبت به شاخصی‌که همین تغییرات را نسبت به زمان پایه ۱۰۰ اندازه میگیرند ، نشان بدهند .

درحالت یک شاخص لاسپیرز مقداری، همین نتایج با جایگزین کردن مقادیر بجای قیمتها حاصل است :

$$\frac{L_{۲/o}(q)}{L_{۱/o}(q)} = \frac{\sum_i p_o^i q_۱^i \ I_{۲/۱}(q^i)}{\sum_i p_o^i q_۱^i}$$

درحالیکه :

$$L_{۲/۱}(q) = \frac{\sum_i p_۱^i q_۱^i \ I_{۲/۱}(q)}{\sum_i p_۱^i q_۱^i}$$

درصورتیکه رابطه $P_{۱/o}(p) < I_{۱/o}(p^i)$ برقرارباشدوزن‌شاخص‌ساده $I_{۲/۱}(q^i)$ در فرمول نسبت شاخصها بیشتر است .

بدین‌ترتیب کالاهائی که شاخص قیمتشان از میانگین کوچکتر است (این میانگین‌بوسیله شاخص پاشه قیمتها اندازه‌گیری میشود) اغلب دارای یک شاخص ساده مقداری بزرگتری هستند . درنتیجه ، مقایسه شاخص‌های لاسپیرز، در دوزمان ۱و۲،مجزا از زمان پایه ،اکثرا" تمایل دارند که در منعکس نمودن تغییرات درسطح عمومی قیمتها ، آنطور که از مقایسه ارقام همان شاخصها در لحظات ۱ و ۲ که بر مبنای پایه ۱۰۰ محاسبه میشوند ، زیاده روی نمایند .

شاخصهای پاشه

ممکن است از آنچه که گذشت نتیجه‌ای مشابه در مورد شاخص پاشه با استفاده از فرمول زیر بدست آوریم :

$$I_{t/t'}(D)= L_{t/t'}(p).P_{t/t'}(q) = L_{t/t'}(q) .P_{t/t'}(p)$$

که این نتیجه بلافاصله ازتعاریف نتیجه میشود . در واقع چون هزینه‌کل یک متغیر ساده است بنابراین به دلیل خواص شاخصهای ساده داریم :

$$I_{۲/۱}(D) = \frac{I_{۲/o}(D)}{I_{۱/o}(D)}$$

یعنی :

$$L_{۲/۱}(p)\ P_{۲/۱}(q) = \frac{L_{۲/o}(p).P_{۲/o}(q)}{L_{۱/o}(p).P_{۱/o}(q)}$$

و یا :

$$\frac{L_{۲/o}(p)}{L_{۱/o}(p)} : L_{۲/۱}(p) = \frac{۱}{\frac{P_{۲/o}(q)}{P_{۱/o}(q)} : P_{۲/۱}(q)}$$

چون در اغلب موارد جمله سمت چپ این برابری بزرگتر از واحد میباشد ، در نتیجه ، جمله‌ای که در قسمت مخرج سمت راست قرار دارد کوچکتر از واحد میگردد ، بطوریکه :

$$\frac{P_{۲/o}(p)}{P_{۱/o}(p)} < P_{۲/۱}(q)$$

با تعویض نمودن نقش قیمتها با مقدار ، نتیجه مشابهی بصورت زیر حاصل میشود :

$$\frac{P_{۲/o}(p)}{P_{۱/o}(p)} < P_{۲/۱}(q)$$

بدین‌ترتیب ، در اکثر اوقات ، مقایسه شاخصهای پاشه در دو لحظه ۱و۲ ، مجزا از زمان پایه ، تمایل دارند تا تغییراتی را که همین شاخصها در لحظات ۱ و ۲ که برمبنای زمان پایه محاسبه شده‌اند ، کمتر نشان دهند .

شاخص زنجیره‌ای

شاخص زنجیره‌ای زمان ۲ نسبت به زمان صفر برابر است با حاصلضرب شاخص زمان ۲ نسبت به ۱ در شاخص زمان ۱ نسبت به ۰ .

$$CI_{2/0} = I_{2/1} \cdot I_{1/0}$$

شاخص زنجیره‌ای لاسپیرز برابر است با حاصلضرب شاخصهای لاسپیرز

$$CL_{2/0} = L_{2/1} \cdot L_{1/0}$$

برای شاخص زنجیره‌ای پاشه نیز همین رابطه برقرار میباشد :

$$CP_{2/0} = P_{2/1} \cdot P_{1/0}$$

شاخص زنجیره‌ای امکان میدهد که تغییرات سطح شاخصها را بهتر از زمانی که مستقیما " شاخصهای لاسپیرز یا پاشه مربوط به آنها را بکار می‌بریم اندازه‌گیری نمائیم .

$$\frac{CL_{2/0}}{CL_{1/0}} = L_{2/1} \qquad \frac{CP_{2/0}}{CP_{1/0}} = P_{2/1}$$

درحالیکه همانطور که قبلا " دیدیم :

$$\frac{L_{2/0}}{L_{1/0}} \neq L_{2/1} \qquad \frac{P_{2/0}}{P_{1/0}} \neq P_{2/1}$$

درصورتیکه شاخص لاسپیرز تمایل به‌تشدید افزایش و شاخص پاشه تمایل به کاهش تغییرات دارند ، شاخص زنجیره‌ای بین شاخصهای لاسپیرز و شاخص پاشه قرار دارد . به‌گونه‌ای دقیق‌تر

$$P_{2/0} < CP_{2/0} = P_{2/1} \; P_{1/0} < L_{2/1} \; L_{1/0} = CL_{2/0} < L_{2/0}$$

اگر شاخص زنجیره‌ای تغییرات را در کوتاه‌مدت بهتر اندازه‌گیری می‌کند ، ولی خیلی کمتر برای اندازه‌گیری همان تغییرات در بلندمدت مفید میباشد .

شاخص زنجیره‌ای جزئی

شاخص زنجیره‌ای جزئی برابر است با شاخص زنجیره‌ای لحظه‌ای . بدین‌ترتیب شاخص جزئی قیمت ، با فرض اینکه قیمتها بطور متصل تغییر می‌کنند ، برابر است با :

$$\frac{D + dD}{D} = L(t+dt)/t = \frac{\sum_i p^i(t)q^i(t)\dfrac{p^i(t+dt)}{p^i(t)}}{\sum_i p^i(t)\, q^i(t)}$$

$$= 1+ \frac{\sum_i q^i(t)p'^i(t)}{\sum_i q^i(t)p^i(t)}\, dt = P_{t+d_{t/t}}$$

از آنجا نتیجه میشود :

$$D_{t/o}(p) = \exp\left[\int_o^t \frac{\sum_i q^i(t)p'^i(t)}{\sum_i q^i(t)p^i(t)}\, dt\right] = \exp \int_o^t Q(t)dt$$

که در آن داریم :

$$Q(t) = \frac{\sum_i q^i(t)p'^i(t)}{\sum_i q^i(t)\, p^i(t)}$$

استفاده نظری شاخص زنجیره‌ای جزئی درمشخص‌کردن خاصیت‌گردشی(درنتیجه در دارا بودن خاصیت برگشتی زنجیره‌ای) این شاخص است . بطوریکه :

$$D_{t'/t}(p) = \exp \int_t^{t'} Q(t)\, dt = \frac{\exp \int_o^{t'} Q(t)dt}{\exp \int_o^{t} Q(t)dt} = \frac{D_{t'/o}(P)}{D_{t/o}(P)}$$

که از آن نتیجه میشود :

$$D_{t'/o}(p) = D_{t'/t}(p) . D_{t/o}(p)$$

خاصیت های مقایسه‌ای شاخصهای لاسپیرز، پاشه و فیشر

خواص کلی شاخصهای لاسپیرز، پاشه و فیشر را درصفحات قبل مطالعه نمودیم. در حالت خاص شاخصهای قیمت و مقدار که درآنها ضرائب وزنی w^i ها متناسب با بودجه p^iq^i هستند، همچنان تاکید برعدم خاصیتهای گردش‌پذیری هرسه شاخص، عکس پذیر بودن شاخص فیشر و خاصیت جمع‌پذیری اجزاء آنها میگردد. خاصیت اضافی ضرب‌پذیری مربوط است به شاخص هزینه کل (یعنی حاصل‌ضرب قیمت × مقدار) که برابر است با حاصلضرب شاخص لاسپیرز یک عامل (مثلا" قیمت یا مقدار) ضرب در شاخص پاشه عامل دیگر. اگر برعکس، شاخص فیشر را درنظر بگیریم، شاخص هزینه‌کل برابر است با حاصلضرب شاخص قیمت فیشر ضرب‌در شاخص فیشر مقدار، در واقع داریم:

$$\frac{\sum_i p_1^i q_1^i}{\sum_i p_0^i q_0^i} = \frac{\sum_i p_1^i q_0^i}{\sum_i p_0^i q_0^i} \cdot \frac{\sum_i p_1^i q_1^i}{\sum_i p_1^i q_0^i} = \frac{\sum_i p_0^i q_1^i}{\sum_i p_0^i q_0^i} \cdot \frac{\sum_i p_1^i q_1^i}{\sum_i p_0^i q_1^i}$$

که برابر است با:

$$I_{1/o}(D) = L_{1/o}(p)\ P_{1/o}(q) = L_{1/o}(q)\ P_{1/0}(p)$$

و یا

$$I_{1/o}(D) = \sqrt{L_{1/o}(p)P_{1/o}(q) . L_{1/o}(q)P_{1/0}(p)}$$

$$= \sqrt{L_{1/0}(p)\ P_{1/0}(p)}\ \sqrt{L_{1/0}(q)\ P_{1/o}(q)}$$

یعنی داریم:

$$I_{1/o}(D) = F_{1/0}(p)\ F_{1/0}(q)$$

چنین خاصیتی که فیشران را خاصیت عکس پذیری می‌نامد درعمل بصورت زیر عنوان میشود :

اگر یکسری از شاخصهای ارزش‌کل را در اختیار داشته باشیم (حسابداری ملی سری‌های زمانی تعداد زیادی از متغیرهای تجمیعی را بدست میدهد که مشخص کننده ارزش‌کل آن‌کالاها میباشند) در آنصورت میتوان از تقسیم آن سری شاخصها بر شاخصهای قیمت به شاخص حجمی شاخصهای مذکور برسیم . نتیجه این تقسیم درحالیکه شاخص قیمت یک شاخص لاسپیرز باشد شاخص پاشه بوده و برعکس چنانچه قیمت از نوع شاخص پاشه باشد حاصل یک شاخص لاسپیرز است . برای اینکه تقسیم درشاخصها بی‌اشکال بوده و نتیجه حاصله صحیح باشد لازم است که هر دو شاخص مورد نظر یعنی شاخص ارزش‌کل و شاخص قیمتها مربوط به یک حوزه جغرافیائی و یا دموگرافی باشند ، ولی متاسفانه حوزه عمل این دوشاخص‌در اکثر موارد بایکدیگر یکی‌نیستند . بطوریکه : اکثرا " شاخصهای ارزش‌کل بعنوان مثال دربر گیرنده کل‌خانوارها می‌باشد درحالیکه شاخص قیمت فقط مربوط است به طبقه خاصی از خانوارها (مثل خانوارهائی با درآمدهای کم و یا متوسط) .

چند مسئله مرتبط با ساختن شاخصها

ساختن عملی شاخصها (۱) مسائل متعددی را چه در زمینه روشهای محاسبه و چه در مورد تهیه و برداشت اطلاعات و آمارگیری‌ها بوجود می‌آورد .

مشخص کردن حوزه عمل و انتخاب ضرائب وزنی شاخصها

بطورکلی شاخص قیمتهای خرده‌فروشی ساخته میشود تا تغییرات قیمت را برای طبقه‌ای از بودجه دنبال نماید . بنابراین مشخص کردن تعریف طبقه بودجه‌ای که شاخص دنبال‌میکندبسیار مهم است .از طرف دیگر ، هرشاخصی که مربوط است به طبقه‌ای از بودجه خاص ، تحول قیمت را برای سایر طبقات بودجه بطور ناقص منعکس خواهد نمود . در واقع حتی اگر قیمتها برای تمامی خانوارها یکی باشد (که در نتیجه به یک نحو برای همه تغییر می‌نماید) ، ولی ساختار مصرفی مصرف‌کنندگان ازگروهی به گروه دیگر درطول زمان بصورتهای گوناگونی تغییر می‌نماید. بنابراین تعریف محدوده عمل یک شاخص بستگی به نحوه استفاده‌ای که از آن خواهند نمود دارد .

۱ــ این قسمت بخصوص مربوط است به شاخصهای قیمت خرده‌فروشی ، ملاحظات مشابهی در مورد سایر شاخصها نیز وجود دارد .

شاخصهای قیمت خرده‌فروشی که توسط اداره آمار بانک مرکزی محاسبه میشود مربوط است به کلیه گروههای درآمدی خانوارهای شهری (۱) .

درنتیجه این شاخص امکان میدهد که تحول قیمتها را جهت این دسته مهم وهمگن خانوارها درجامعه دنبال کنیم . بطور دقیق این شاخص امکان دنبال کردن تغییرات قیمت را فقط برای خانوارهای شهری فراهم می‌کند . بنابراین استفاده از ان جهت ترکیبات دیگری از خانوارها چندان دقیق نخواهد بود .

ضرائب وزنی چنین شاخصی توسط پرسش‌نامه‌هائی بدست آمده که تعریف بالا برای آنها صادق می‌باشد .

انتخاب دوره پایه

در عمل برای زمان پایه یک لحظه معینی را در نظر نمیگیرند بلکه یک فاصله زمانی مثل طول یکسال را برای زمان پایه به‌حساب میآورند تا بدین وسیله بتوانند ازتاثیر تغییرات اتفاقی که در سیستم قیمتها لحظه‌ای بوجود می‌آید جلوگیری نمایند ، در غیر اینصورت این تغییرات بسیار بزرگ خواهند شد زیرا مقایسه قیمتهائی را که بعداً" مشاهده خواهند شد با قیمتهای سال پایه بشدت تغییر می‌دهد . به همین ترتیب برای اینکه بتوان اثر تغییرات فصلی را برطرف نمود ،طول مدت سال و یا سالهای کاملی را برای دوره پایه درنظر میگیرند ، ازطرف دیگر برای اینکه موقعیتهای سالهای آینده را با یک سال و یا دوره خاصی مقایسه ننمایند معمولا" سالهای آرامی را که درآن فاصله تغییرات اقتصادی ازشدت زیادی برخوردار نباشند جهت دوره پایه انتخاب می‌نمایند تا در این دوره نسبتا" آرام ، قیمتها نسبت به میانگینشان زیاد پراکندگی نداشته باشند .

انتخاب کالاها برای قیمت‌گیری

ممکن نیست که در یک شاخص کلیه کالاهائی که در بازارهای یک اقتصاد وجود دارند وارد نمود ، زیرا درآن صورت هزینه جمع‌آوری اطلاعات مربوط به آنها بشدت بالا خواهد رفت وعلیرغم این هزینه زیادی که برای جمع‌آوری اطلاعات انجام میشود اطلاعات مختصری حاصل میگردد . بنابراین بهتر این است که بجای دنبال کردن قیمت تعداد زیادی از کالاها قیمت یک یا چند کالای مشخصی که به اندازه کافی نماینده آن گروه ازکالاها باشند دنبال شود.

۱ــ این شاخص بیش از ۹۹/۵ درصد خانوارهای شهری را شامل می‌گردد .

علاوه‌بر آن لازم است که به کمک مشخصات کیفی هریک از کالاهائی که درشاخص وارد میشوند، تعریف دقیقی از آنها بدست داده شود . این کیفیات باید حتی‌المقدور تغییرناپذیر و یا به اندازه کافی پایدار باشند، تا بدین وسیله بتوان از تداخل تغییراتی که بعلت تغییرات کیفیت درقیمت کالاها ایجاد میشود درشاخص جلوگیری بعمل آید . هنگامیکه درطول زندگی یک‌شاخص یک یا چند کالای آن نایاب میشود و یا از بازار خارج میگردند، باید بجای آنها کالاهای‌مشابهی در شاخص وارد شوند .

مطابقت شاخصها

بعلت تحول ساختار اقتصاد ، دوران زندگی شاخصها محدود میباشد ، بنابراین لازم میشود که مسئله مطابقت دوسری از شاخصهای متوالی را هنگامیکه بخواهیم تحول قیمتها را در یک مدت طولانی در دست داشته باشیم مطرح کنیم .

فرض کنیم یک شاخص به پایه ۱۰۰ در زمان o که تا تاریخ ۱ محاسبه شده است در دست است . در زمان ۱ این شاخص توسط شاخص دیگری چون I' جایگزین شده‌است. برآوردی از مقدار I در تاریخی چون t بعد از زمان ۱ بدین صورت حاصل خواهد شد که شاخص I' در لحظه t نسبت به لحظه ۱ را در مقدار شاخص I در لحظه ۱ به پایه صفر ضرب نمائیم ، در آنصورت داریم :

$$\text{برآورد } I_{t/o} = I'_{t/1} \cdot I_{1/o}$$

بعنوان مثال رقم شاخص‌کل عمده‌فروشی درسال ۱۳۶۴ نسبت به پایه ۱۰۰=۱۳۵۳ برابر است با :

$$\hat{I}_{۶۴/۵۳} = I'_{۶۴/۶۱} \cdot I_{۶۱/۵۳} = ۳۹۵$$

و رقم شاخص کل سال ۵۷ به پایه ۱۰۰=۱۳۶۱ برابر است با :

$$I'_{۵۷/۶۱} = \frac{I_{۵۷/۵۳}}{I_{۶۱/۵۳}} = ۴۷/۱$$

به همین ترتیب میتوان برای سایر سالها ارقام شاخصهارا برحسب پایه‌های دیگر محاسبه نمود .

ولی باید توجه داشت که این فرمولها به دو دلیل زیر فرمولهائی تقریبی هستند :

ــ اولا" ، شاخص متغیرهای ترکیبی دارای خاصیت گردش‌پذیری نیستند .

ــ ثانیا" ، شاخصهای I و I' با یکدیگر اختلاف زیادی از نقطه‌نظر دامنه شمول و روشهای محاسبه (چون : تعداد کالاها ، وارد شدن تولیدات جدید در بازار ، تعداد کالائی که قیمت‌گیری میشوند حتی برای یک کالای خاص و . . .) خواهند داشت .

در خاتمه اضافه می‌کند که هنوز در قسمت شاخصها مطالبی باقی است که فعلا" به علت پیچیدگی از ذکر آنها در اینجا می‌گذریم و مطالعه آنها را به فرصت‌های دیگری محول می‌نمائیم .

منابع و مآخذ

R. DUMAS, L' entreprise et la Statistique, Dunod, Paris.

J.VACHER, Statistique économiques et socialcs,INSEE, Paris.

Irving FISHER, The making of index numbers 1922.

P. MOUCHEZ, Les indices de prix ; Editions cujas, Paris.

j.LAMAT, Statistique et probabilités ; Paris.

E.MORICE et F.CHARTIER, Method Statistique; INSEE Paris.

G. CALOT cours de Statistique descriptive . Dunod Paris.