مطالعه در مورد تفسیر و گسترش ضریب جینی

محسن جلالی
«محقق اداره تحقیقات و مطالعات آماری بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران»

مقدمه:

مبحث توزیع درآمد در حوزه مسایل اقتصادی از جنبه‌های گوناگونی می‌تواند مورد توجه قرار گیرد چرا که مستقیما در مباحث اقتصاد رفاه، اقتصاد توسعه، اقتصاد سیاسی، بحث‌های عدالت اجتماعی و نظایر آن مطرح می‌شود و شاید به دلیل اهمیت این موضوع است که پژوهش‌های گسترده‌ای پیرامون این موضوع در ایران و جهان صورت گرفته است و پژوهشگران روش‌های مختلف و متنوعی را برای محاسبه و تفسیر آن ارایه کرده‌اند که هرکدام از منظر خاصی به این موضوع پرداخته‌اند و بدیهی است در هر نگاه نکات مثبت و نقاط ضعف وجود دارد.

ضریب جینی که محور اصلی بحث این مقاله است یکی از روش‌های متداول و مفید در تحلیل نابرابری و توزیع درآمد در جامعه است. در این روش که بطور گسترده و از طرق مختلف در کشورهای جهان محاسبه می‌شود جنبه‌های مثبت و کاربردی فراوانی وجود دارد. اما این روش نیز با انتقاداتی مواجه شده است که برای رفع این انتقادات، مطالعات گسترده‌ای در زمینه تفکیک‌پذیر کردن ضریب جینی و نیز تعمیم و گسترش آن و برآورد آن بصورت پارامتریک صورت گرفته است.

در مقاله حاضر که مبتنی بر چهار بخش است به بررسی مختصر ضریب جینی و توزیع درآمد پرداخته شده است. در بخش اول این مقاله نگاهی تحلیلی به منحنی لورنز داشته و به تعریف و نحوه محاسبه ضریب جینی متداول براساس داده‌های انفرادی و یا اطلاعات گروه‌بندی شده اشاره شده است. در بخش دوم به تفکیک نابرابری به نابرابری بین گروهی و نابرابری درون گروهی پرداخته‌ایم و ضریب جینی را به عنوان یک تبدیل خطی از گشتاور مرتبه اول منحنی لورنز مطرح کرده‌ایم. در بخش سوم به محاسبه ضریب جینی گسترش یافته اشاره شده و روش‌هایی برای محاسبه آن پیشنهاد شده است. نهایتا در بخش آخر مقاله به نتیجه‌گیری و پیشنهاد پرداخته شده است.

منحنی لورنز و ضریب جینی

یک‌توزیع‌درآمددر جامعه‌ای به حجم N رامی‌توان به صورت $X_1 \le X_2 \le \dots \le X_N$ در نظر گرفت. برای ترسیم نموداری که آن را تحت عنوان منحنی لورنز (Lorenz Curve) می‌شناسیم، سهم انباشت شده هزینه کل که توسط واحدهای درآمدی کسب می‌شود را در برابر سهم انباشت شده جمعیتی (که از صفر تایک روی محور افقی مشخص شده است) ترسیم می‌کنیم.

منحنی لورنز در یک حالت گسسته بصورت زیر نوشته می‌شود.

$$L\left(\frac{j}{N}\right)=\sum_{i=1}^{j}\frac{X_i}{X} \quad , \quad 1\le j \le N \qquad (1)$$

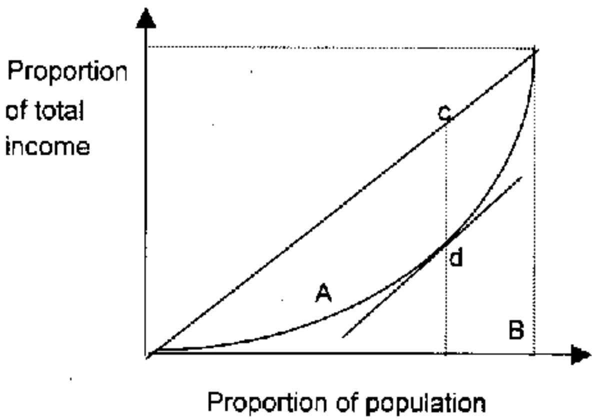
که در آن $X = \sum_{i=1}^{N} x_i$ و سهم درآمدی هر بخش از جمعیت $\frac{۱}{N}$، $\frac{۲}{N}$، $\frac{۳}{N}$ و از کمترین درآمد X_1 به سمت بالاترین درآمد X_N انباشت شده است.

همان‌طور که می‌دانیم در بسیاری از مفاهیم نظری و مسایل تحلیلی شکل پیوسته توابع کاربرد بهتری دارند. برای نیل به این منظور فرض کنیم تابع چگالی در فاصله غیر صفر بوده و $X_1 < X_2$ باشد. برای هر $\Pi \in (۰ \text{ و } ۱)$ صرفا یک سطح درآمدی y با مرتبه Π وجود دارد بطوریکه $\Pi = F(y)$ باشد. در اینصورت درآمد $۱۰۰\,\Pi$ درصد اول گیرندگان درآمد معادل $N\int_0^y xf(x)dx$ و کل درآمد معادل $N\int_0^\infty xf(x)dx = N\mu$ می‌باشد. بنابراین می‌توانیم منحنی لورنز $L(\pi)$ را بصورت زیر تعریف نماییم:

$$\Pi = F(y) \rightarrow L(\pi) = \int_0^y \frac{xf(x)dx}{\mu} \qquad ۰ \leq \Pi \leq ۱ \qquad (۲)$$

میزان نابرابری توزیع‌های درآمدی را می‌توان بطوربصری بامشاهده و مقایسه منحنی‌های لورنز مورد ارزیابی قرار داد. اگر همه درآمدها به طور مساوی بین افراد جامعه توزیع شده باشد منحنی لورنز منطبق با خط ۴۵ درجه خواهد بود. خطی که ما آن را خط برابری کامل تعریف می‌کنیم. از طرف دیگر اگر فردی تمام درآمد را به خود اختصاص دهد در این‌صورت منحنی لورنز منطبق بر محور افقی بوده و سپس عمودی می‌شود.

نمودار ۱ :



شاخص‌های نابرابری که به‌طور مستقیم مبتنی بر منحنی لورنز هستند ضریب جینی (Gini coefficient) و ضریب شوتز (Schutz coefficient) می‌باشند. ضریب جینی در واقع فضای بین منحنی لورنز و خط ۴۵ درجه را به فضای کل زیر خط ۴۵ درجه را می‌سنجد. یعنی

$$\text{Gini} = \frac{A}{A+B} = ۲A = ۲\ (\frac{۱}{۲} - B) = ۱ - ۲B \qquad (۳)$$

و معیار شوتز حداکثر فاصله بین خط ۴۵ درجه و منحنی لورنز را اندازه می‌گیرد (که در واقع جایی است که شیب منحنی لورنز واحد می‌شود.) یعنی: فاصله s=cd در نمودار ۱. بدین ترتیب زمانی که $L'(\pi)=۱$ باشد منحنی لورنز با خط ۴۵ درجه موازی شده و

بیشترین فاصله را می‌گیرد که این نقطه اشاره به میانگین توزیع درآمد دارد*. در اینصورت شاخص نابرابری شوتز به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$S = F(\mu) - L[F(\mu)] = \int_0^{\mu} f(x)dx - \int_0^{\mu} \frac{xf(x)dx}{\mu} = \int_0^{\mu} \frac{(\mu - x)f(x)}{\mu}dx \qquad (۴)$$

حال به مبحث ضریب جینی باز می‌گردیم و با توجه به رابطه ۳ خواهیم داشت:

$$Gini = ۱ - ۲\int_0^1 L(\pi)d\pi \qquad (۵)$$

بر اساس مفاهیم فوق و در یک نگارش گسسته و با استفاده از داده‌های گروه‌بندی شده می‌توان ضریب جینی را از رابطه زیر به‌دست آورد:

$$Gini = ۱ - \sum_{i=1}^{M} \frac{۱}{M}(\eta_i + \eta_{i-1}) \qquad (۶)$$

که در آن η_i درصد تجمعی درآمد خانوارها در گروه i ام است و M. تعداد گروه‌ها.

هر چند رابطه فوق در محاسبه ضریب جینی بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد اما روش‌های دیگری نیز ارایه شده است. در ادامه فرمول کوواریانس و روش مجموع پاره‌خط‌ها

---

* با توجه به رابطه (۲) خواهیم داشت $\frac{dL}{d\pi} = \frac{X}{\mu}$ و بدیهی است به‌ازای $x = \mu$ ، $L' = ۱$ می‌شود.

را برای محاسبه ضریب جینی ارایه کرده و از آنها درمحاسبه ضریب جینی گسترش یافته استفاده می‌کنیم.

روش کوواریانس روش مناسبی برای محاسبه ضریب جینی بر اساس مشاهدات انفرادی است که توسط لرمن (Lerman) و ایزاکی (Yitzhaki) در سال ۱۹۸۹ پیشنهاد شد. فرض کنیم $\pi = F(x)$ مبین تابع توزیع درآمد X باشد که $0 \leq x < \infty$ تعریف می‌شود و $\eta = L(\pi)$ باشد در این‌صورت خواهیم داشت:

$$G_1 = 1 - 2\int_0^1 L(\pi)d\pi \qquad (7)$$

$$= -1 + \frac{2}{\mu_x}\int_0^{\infty} xF(x)f(x)dx$$

$$= \frac{2}{\mu_x}\operatorname{cov}(x,F(x))$$

به منظور کمی کردن این برآورد کننده و به‌دست آوردن حالت گسسته‌ایی از رابطه فوق داده‌های درآمدی را در M گروه طبقه‌بندی شده در نظر می‌گیریم (این برآوردکننده می‌تواند با داده‌های گروه‌بندی شده و یا مشاهدات انفرادی بکار گرفته شوند که به تبع آن یک مشاهده در هر گروه وجود خواهد داشت) در این‌صورت سهم هر گروه $P_i=\frac{1}{M}$ می‌باشد. در ادامه فرض می‌کنیم اطلاعات زیر برای i امین گروه در دسترس است :

۱- متوسط درآمد x_i

۲- سهم مشاهدات p_i

۳- سهم تجمعی مشاهدات یعنی $\pi_i = p_1 + p_2 + \dots p_i$

۴- سهم درآمد گروه i ام $\varphi_i = p_i x_i / \sum_{j=1}^{M} p_j x_j$

۵- سهم تجمعی درآمد یعنی $\eta_i = \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots + \varphi_i$

همچنین فرض کنیم که $\bar{x} = \sum_{i=1}^{M} p_i x_i$ باشد، لذا نگارش گسسته برآورد کننده ضریب جینی ارایه شده توسط لرمن و ایزاکی را می‌توان به‌صورت زیر نوشت* :

$$\hat{G}_1 = \frac{2}{\bar{x}} \sum_{i=1}^{M} p_i (x_i - \bar{x}) \left(\hat{\pi}_i - \bar{\bar{\pi}} \right) \qquad (۸)$$

که در آن $\hat{\pi}_i = (\pi_{i-1} + \pi_i)/2$ و $\bar{\bar{\pi}} = \sum_{i=1}^{M} p_i \hat{\pi}_i$ است.

در روش دیگر برآورد ضریب جینی، منحنی لورنز را مجموعه‌ایی از پاره‌خط‌ها در نظر می‌گیریم به‌طوری‌که iامین پاره خط، خطی است که (π_{i-1}, η_{i-1}) را به (π_i, η_i) متصل می‌سازد. در این‌صورت فضای تعریف شده بوسیله معادله (۵) را می‌توان با جمع فضای بین پاره‌خط‌ها و خط ۴۵ درجه به‌دست آورد، این پروسه ما را به عبارت آشنای محاسبه ضریب جینی می‌رساند که عبارت است از:

$$\hat{G}_2 = \sum_{i=1}^{M-1} \eta_{i+1} \pi_i - \sum_{i=1}^{M-1} \eta_i \pi_{i+1} \qquad (۹)$$

* برانکو میلانویچ (Branko Milanovic) معادله زیر را برای محاسبه رابطه ۷ ارایه کرده است :

$$\text{Gini} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sigma_x}{\bar{x}} \rho\left(x, r_x\right)$$

که در آن r_x مرتبه‌ای است که افراد در آن قرار گرفته‌اند.

می‌توان نشان داد که $\hat{G}_1 = \hat{G}_2$ است اما به هر حال باید توجه داشت که برآورد $\hat{G}_1$ و $\hat{G}_2$ زمانی که برای محاسبه ضریب جینی گسترش یافته مورد استفاده قرار می‌گیرند لزوماً یکسان نخواهندبود.

استخراج و تفسیر ضریب جینی بر اساس گشتاور مرتبه اول منحنی لورنز:

برآورد ضریب جینی یک تبدیل خطی از گشتاور مرتبه اول تابع توزیع منطبق بر منحنی لورنز روشی است که در ادامه به بررسی آن پرداخته ایم به این ترتیب که ضریب جینی رابطه‌ای خطی با میانگین مرتبه درآمدی خانوارها پیدا می‌کند. به‌علاوه به ارایه راه‌حلی برای تفکیک نابرابری به نابرابری بین گروهی و نابرابری درون گروهی می‌رسیم.

همان‌طور که عنوان شد ضریب جینی به صورت $Gini = ۱ - ۲\int_0^1 L(\pi)d\pi$ نوشته می‌شود. میانگین π که آن را با $E(\pi)$ نشان می دهیم از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$E(\pi) = ۱ - \int_0^1 L(\pi)d\pi \qquad (۱۰)$$

با توجه به رابطه ۵ و ۱۰ می‌توان ارتباط بین ضریب جینی و میانگین π را به‌صورت زیر نشان داد:

$$E(\pi) = \frac{۱}{۲}(1 + G) \qquad (۱۱)$$

که این عبارت میانگین مرتبه درآمدی را به شکل یک تبدیل خطی ساده از ضریب جینی بیان می‌کند.

زمانی که توزیع درآمد کاملا برابر باشد تمام خانوارها به‌طور مساوی در وسط مرتبه‌بندی درآمدی قرار می‌گیرند بنابراین میانگین مرتبه درآمدی $\frac{۱}{۲}$ می‌شود که این معادل ضریب جینی صفر است. اما زمانی که توزیع درآمد به‌طور کاملا متمرکز شده‌ای در نظر گرفته شود به‌طوری‌که غنی‌ترین خانوار تمام درآمد را به خود اختصاص دهد و سایر خانوارها سهمی از درآمد نداشته باشند این میانگین معادل ۱ بوده و در این شرایط ضریب جینی برابر واحد می‌شود.

بنابراین میانگین مرتبه‌های درآمدی در فاصله بین $\frac{۱}{۲}$ از پایین و ۱ از بالا قرار می‌گیرد و همانند ضریب جینی پایین‌ترین مقدار، پایین‌ترین و بالاترین مقدار، بالاترین نابرابری را نشان می دهد.

بر این اساس رابطه ۱۰ جایگاه گرانیگاه یک توزیع درآمد را نشان می‌دهد. به عبارت دیگر مرتبه نسبی خانواری که توزیع درآمدروی آن متمرکز شده است را زمانی که خانوارها براساس درآمد مرتب شده‌اند نشان می‌دهد. مثلا زمانی که میانگین مرتبه‌های درآمدی ۰/۷۰ باشد (ضریب جینی ۰/۴) به این معنا است که توزیع درآمد روی هفتادمین خانوار، از ۱۰۰ خانوار مفروض، متمرکز شده است. به‌عبارت دیگر گرایش مرکزی توزیع درآمد به سمت هفتادمین خانوار فقیر است و این خانوار است که توزیع درآمد را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که توزیع کاملا متمرکز درآمد به‌وسیله غنی‌ترین خانوار و توزیع کاملا برابر به‌وسیله مرتبه میانی خانوارها ارایه می‌شود.

با توجه به عبارت ۱۱ ضریب جینی با استفاده از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$G = -1 + 2E \qquad (۱۲)$$

که در آن E میانگین مرتبه درآمدی یا به‌عبارت دیگر گرانیگاه توزیع درآمد است و از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$E = \sum \frac{i}{N} \cdot \frac{x_i}{X} \qquad (۱۳)$$

که x_i درآمد i امین خانوار فقیر، N کل جمعیت و $X = \sum_{i=1}^{N} x_i$ درآمد کل است.

مزیت دیگر استفاده از گرانیگاه توزیع درآمد آن است که این اجازه را به ما می‌دهد که از مزایای تفکیک تغییرات نابرابری به دو گروه یعنی نابرابری درون گروهی و نابرابری بین گروهی استفاده کنیم. فرض کنید که یک توزیع درآمد به گروه‌هایی با حجم مساوی طبقه‌بندی شود، همانند دهکهای درآمدی، گرانیگاه توزیع درآمد را می‌توان درون هر گروه با مرتب‌سازی مجدد خانوارهای درون گروه محاسبه کرد. اگر گرانیگاه درون j امین گروه فقیر را با E_j ، تعداد گروه‌های درآمدی را با M و درآمد کل گروه jام را با X_j نشان دهیم در اینصورت رابطه زیر را خواهیم داشت

$$E = \sum_{j=1}^{M} \frac{1}{M} \cdot \frac{X_j}{X} E_j + \sum_{j=1}^{M} \frac{j}{M} \cdot \frac{X_j}{X} - \frac{1}{M} \qquad (۱۴)$$

اولین عبارت سهم نابرابری درون گروهی را به نابرابری کلی درآمد می‌سنجد به این‌صورت که جمع وزنی گرانیگاه توزیع درآمد هر گروه Ej را با وزن سهم جمعیتی گروه $\frac{1}{M}$ و سهم درآمدی هر گروه $\frac{X_j}{X}$ محاسبه می‌کند. عبارت دوم مشخصا گرانیگاه توزیع بین گروه‌های درآمدی (yM ,…, y۲ , y۱) است که مشخصه میزان تاثیرگذاری نابرابری بین گروهی بر نابرابری کلی است؛ و نهایتا عبارت آخر یک ثابت است که به تعداد گروه‌های درآمدی بستگی دارد ؛ بنابر این میتوان به بررسی این نکته پرداخت که تغییرات نابرابری مربوط به نابرابری درون گروهی می‌شود یا به نابرابری بین گروهی.

جدول زیر بر اساس رابطه فوق تهیه شده است.

جدول شماره ۱

سال	GINI	E	E_M	E۱	E۲	E۳	E۴	E۵	E۶	E۷	E۸	E9	E۱۰
۱۳۷۶	۰/۴۱۴۳	۰/۷۰۷۲	۰/۷۵۲۳	۰/۵۸۵۴	۰/۵۲۸۴	۰/۵۲۰۸	۰/۵۱۷۰	۰/۵۱۶۴	۰/۵۱۴۹	۰/۵۱۶۷	۰/۵۲۰۸	۰/۵۳۰۰	۰/۶۰۳۵
۱۳۷۷	۰/۴۰۶۴	۰/۷۰۳۲	۰/۷۴۸۲	۰/۵۷۹۱	۰/۵۲۶۸	۰/۵۲۱۰	۰/۵۲۱۰	۰/۵۱۵۱	۰/۵۱۵۷	۰/۵۱۷۲	۰/۵۱۹۴	۰/۵۲۷۷	۰/۶۱۰۱
۱۳۷۸	۰/۴۱۰۱	۰/۷۰۵۰	۰/۷۵۰۴	۰/۵۸۵۴	۰/۵۳۰۰	۰/۵۱۹۱	۰/۵۱۶۳	۰/۵۱۷۱	۰/۵۱۶۴	۰/۵۱۵۸	۰/۵۱۹۵	۰/۵۳۰۷	۰/۵۹۸۰
۱۳۷۹	۰/۴۰۸۴	۰/۷۰۴۲	۰/۷۴۹۶	۰/۵۸۴۷	۰/۵۲۸۸	۰/۵۱۹۷	۰/۵۱۶۵	۰/۵۱۶۸	۰/۵۱۶۱	۰/۵۱۵۹	۰/۵۲۰۷	۰/۵۳۰۲	۰/۵۹۹۴

با بررسی اعداد به‌دست آمده از جدول فوق، در طی سال‌های مورد بررسی، مشاهده می‌شود که میزان نابرابری دردرون دهکهای میانی، در مقایسه با دهکهای بالا و پایین توزیع درآمد، کمتر می‌باشد. به عبارت دیگر درآمد در درون گروه‌های کم درآمد و گروه‌های پردرآمد، ناعادلانه‌تر توزیع می‌شود و گروه‌های میانی جامعه از توزیع عادلانه‌تری برخوردار

هستند. نکته دیگری که می‌توان در جدول فوق مشاهده کرد نابرابری بالا در بین گروه‌های درآمدی است، درضمن می‌توان استنباط نمود که جهت حرکت نابرابری کلی (E) همسو و هم جهت با حرکت نابرابری بین گروهی (E_M) است.

ضریب جینی گسترش یافته :

در سال ۱۹۷۰ آتکینسون (Atkinson) شاخص نابرابری را پیشنهاد کرد که در آن میزان نابرابری با توجه به معیارهای مختلف داوری مقادیر متفاوتی را نشان می‌داد*. در شاخص ارایه شده توسط او پارامتر ε مشخصه معیار قضاوت بوده که مقدار آن از صفر تا بی‌نهایت می‌باشد.

از طرف دیگر ضریب جینی شاخص متعارفی بوده که به طور گسترده در ارزیابی نابرابری درآمدها مورد استفاده قرار می‌گیرد اما همانطور که اشاره شد ضریب جینی معمولی، به‌طور هندسی، به‌وسیله منحنی لورنز تعریف می‌شود و برخلاف شاخص آتکینسون یک معیار قضاوت بطور شفاف در آن دیده نشده است. در ادامه این بخش به بررسی ضریب جینی پارامتریک پرداخته‌ایم. در واقع این بحث زمانی مورد توجه قرار گرفت که ایزاکی در سال ۱۹۸۳ ازآن تحت عنوان ضریب جینی گسترش یافته (Extended Gini Coefficient) یاد کرد.

---

* شاخص نابرابری آتکینسون به‌صورت زیر می‌باشد :

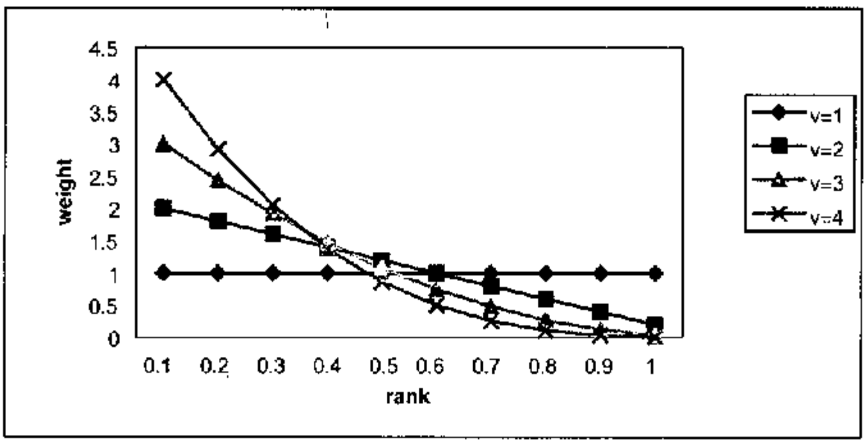
$$I(\varepsilon) = ۱ - \left(\int_a^b \left(\frac{x}{\mu}\right)^{1-\varepsilon} f(x)dx \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \quad \text{و} \quad \varepsilon > ۰$$

ضریب جینی گسترش یافته را به صورت زیر مطرح می‌کنیم:

$$G(v) = 1 - v(v-1)\int_0^1 (1-\pi)^{v-2} L(\pi)\, d\pi \qquad v > 1 \qquad (۱۵)$$

که در آن v پارامتر گریز از نابرابری(Inequality Aversion) است و به‌ازای مقادیر مختلف $v > 1$ ضرایب جینی متفاوتی به‌دست می‌آید (بدیهی است G(۲) همان ضریب جینی معمولی ست) در واقع تغییر در v وزن نسبت داده شده به هر نقطه از منحنی لورنز را متاثر می‌سازد. به منظور تحلیل بهتر موضوع به جدول و نمودار زیر که در واقع مبین طرحی از اهمیت دهی مرتبط با معیارهای مختلف رفاه اجتماعی است توجه می‌کنیم :

نمودار شماره ۲ : توزیع اهمیت اجتماعی به عنوان تابعی از پارامتر گریز از نابرابری



زمانی که پارامتر v واحد است هر فرد بدون درنظر گرفتن جایگاهی که در آن قرار دارد اهمیتی معادل واحد پیدا می‌کند. زمانی که v بیشتر از واحد است فقیرترین فرد اهمیتی معادل v داشته و این میزان اهمیت به تدریج کاهش می‌یابد به طوریکه برای

افرادی که جایگاه آنها قبل از نقطه تقاطع با خط واحد است بین V و ۱ و برای افرادی که بعد از این نقطه قرار گرفته اند بین صفر و یک می‌باشد. در واقع به ازای V بزرگتر از یک توزیع وزنهای اجتماعی بین صفر و V خواهد بود.

مرتبه‌ای که در آن اهمیت اجتماعی از مقداری بیشتر یا مساوی یک به مقداری کمتر از یک تبدیل می‌شود بوسیله رابطه $F^* = ۱ - \left(\frac{۱}{v}\right)^{۱/(v-۱)}$ محاسبه می‌شود. جدول زیر بر اساس این رابطه محاسبه شده است که در واقع نشان دهنده نقطه تقاطع در منحنی ۲ است.

جدول ۲:

v	۱/۱	۲	۳	۴	۶	۸	۱۰	۱۰۰	۲۰۰
F*	۰/۶۱	۰/۵۰	۰/۴۲	۰/۳۷	۰/۳۰	۰/۲۶	۰/۲۳	۰/۰۵	۰/۰۳

زمانی که این پارامتر افزایش می‌یابد قسمت‌های پایین توزیع مورد توجه بیشتر قرار می‌گیرند به‌عبارت دیگر در ارزیابی رفاه عمومی جامعه اهمیت بیشتری به وضعیت گروه‌های کم درآمد و فقیر جامعه داده می‌شود. مثلا زمانی که پارامتر ۱۰۰ باشد ۵٪ پایین جامعه اهمیت بیشتر پیدا می‌کنند و زمانی که این پارامتر به ۲۰۰ می‌رسد تمرکز روی ۳٪ پایین جامعه است. بر مبنای جدول فوق در ضریب جینی متعارف وزن بیشتر به فردی داده می‌شود که در وسط طبقات اجتماعی قرار گرفته باشد در این حالت با نگاه به نمودار ۲ مشخص می‌شود که میزان این اهمیت با نرخی ثابت از دو به صفر کاهش می‌یابد.

به منظور مشاهده بهتر رفتار $G(v)$ درمقادیر حدی زمانی‌که $v \to 1$، $v \to \infty$ میل می‌کند رابطه (۱۵) را به‌صورت‌های زیر بازنویسی می‌کنیم.

$$G(v) = 1 - v\int_0^1 (1-\pi)^{v-1}\, L'(\pi)d\pi = 1 - L'(0) - \int_0^1 (1-\pi)^{v}\, L''(\pi)d\pi \qquad (16)$$

زمانی که $v \to 1$ میل‌می‌کند از رابطه میانی فوق مشخص می‌شود که $G(v)$ به سمت صفر میل می‌کند (همانند شاخص آتکینسون زمانی که $\varepsilon \to 0$ میل می‌کند) و زمانی که $v \to \infty$ میل می‌کند از عبارت آخر مشخص می‌شود که $G(v) \to 1 - L'(0)$ میل خواهد کرد. به‌عبارت دیگر $G(v) \to 1 - \frac{X_1}{M}$ میل می‌کند که در اینجا X_1 پایین‌ترین درآمد است که در این صورت فقیرترین فرد تعیین کننده مقدار شاخص خواهد بود (مشابه شاخص آتکینسون زمانی که $\varepsilon \to \infty$ میل می‌کند)

حال به محاسبه ضریب جینی گسترش یافته می پردازیم و آن را بر اساس رویه کوواریانس و روش مجموعه پاره‌خط‌ها محاسبه می‌کنیم. ابتدا به سراغ فرمول کوواریانس رفته و خواهیم داشت :

$$\begin{aligned} G(v) &= 1 - v(v-1)\int_0^1 (1-\pi)^{v-2} L(\pi)d\pi \\ &= 1 - \frac{v}{\mu_X}\int_0^\infty x\left(1-F(X)\right)^{v-1} f(x)dx \\ &= -\frac{v}{\mu_x}\operatorname{cov}\left(X, \left(1-F(x)\right)^{v-1}\right) \qquad (17) \end{aligned}$$

نگارش گسسته رابطه یادشده بر اساس رویه ارایه شده توسط لرمن و ایزاکی به صورت زیر است :

$$\hat{G}_1(v) = -\frac{v}{\bar{x}}\sum_{i=1}^{M} p_i\left(X_i - \bar{X}\right)\left[\left(1-\hat{\pi}_i\right)^{v-1} - m\right] \qquad (18)$$

که $m = \sum_{i=1}^{M} p_i\left(1-\hat{\pi}_i\right)^{v-1}$ است

چتی کاپانیچ و گیفتس (۲۰۰۱) روش مبتنی بر تخمین خطی منحنی لورنز را ارایه کرده اند که در هنگام استفاده از داده‌های انفرادی و یا اطلاعات گروه بندی شده (با تعداد گروه‌های بیشتر از ۳۰) نتایج یکسانی با روش کوواریانس دارد. بر این اساس برآورد $\hat{G}_2(v)$ به صورت زیر است:

$$\hat{G}_2(v) = 1 - v(v-1)\sum_{i=1}^{M}\left[\int_{\pi_{i-1}}^{\pi_i}\left(1-\pi\right)^{v-2}\left(c_i\pi + d_i\right)d\pi\right] \qquad (19)$$

که در آن $C_i = \phi_i / p_i$ و $d_i = \left(\pi_i \eta_{i-1} - \pi_{i-1}\eta_i\right)/ p_i$ می‌باشد.

حالت گسسته عبارت فوق به صورت زیر خواهد بود :

$$\hat{G}_2(v) = 1 + \sum_{i=1}^{M}\left(\frac{\varphi_i}{p_i}\right)\left[\left(1-\pi_i\right)^{v} - \left(1-\pi_{i-1}\right)^{v}\right] \qquad (20)$$

در جدول زیر ضریب جینی تعمیم یافته بر اساس رویه های فوق محاسبه شده است.

جدول ۳ :

پارامترگریزاز نابرابری	۱۳۷۶		۱۳۷۷		۱۳۷۸		۱۳۷۹	
	روش کوواریانس	روش پاره‌خط‌ها	روش کوواریانس	روش پاره‌خط‌ها	روش کوواریانس	روش پاره‌خط‌ها	روش کوواریانس	روش پاره‌خط‌ها
۱/۱۰	۰/۰۷۹۱	۰/۰۸۰۰	۰/۰۷۸۲	۰/۰۷۹۳	۰/۰۷۷۷	۰/۰۷۸	۰/۰۷۷۴	۰/۰۷۸۳
۲	۰/۴۱۴۰	۰/۴۱۴۰	۰/۴۰۶۰	۰/۴۰۶۰	۰/۴۰۹۸	۰/۴۰۶۸	۰/۴۰۸۰	۰/۴۰۸۰
۳	۰/۵۴۲۵	۰/۵۴۲۵	۰/۵۳۱۵	۰/۵۳۱۵	۰/۵۳۸۱	۰/۵۳۸۱	۰/۵۳۵۵	۰/۵۳۵۵
۴	۰/۶۰۹۲	۰/۶۰۹۲	۰/۵۹۶۹	۰/۵۹۶۹	۰/۶۰۴۸	۰/۶۰۴۹	۰/۶۰۱۸	۰/۶۰۱۸
۵	۰/۶۵۱۶	۰/۶۵۱۶	۰/۶۳۸۴	۰/۶۳۸۵	۰/۶۴۷۳	۰/۶۴۷۳	۰/۶۴۴۰	۰/۶۴۴۱
۶	۰/۶۸۱۶	۰/۶۸۱۷	۰/۶۶۷۸	۰/۶۶۷۹	۰/۶۷۷۳	۰/۶۷۷۴	۰/۶۷۳۹	۰/۶۷۴۰
۷	۰/۷۰۴۲	۰/۷۰۴۳	۰/۶۸۹۹	۰/۶۹۰۰	۰/۷۰۰۰	۰/۷۰۰۱	۰/۶۹۶۶	۰/۶۹۶۷
۸	۰/۷۲۲۰	۰/۷۲۲۳	۰/۷۰۷۴	۰/۷۰۷۶	۰/۷۱۸۰	۰/۷۱۸۲	۰/۷۱۴۴	۰/۷۱۴۶
۹	۰/۷۳۶۶	۰/۷۳۶۸	۰/۷۲۱۶	۰/۷۲۱۹	۰/۷۳۲۷	۰/۷۳۲۹	۰/۷۲۹۰	۰/۷۲۹۲
۱۰	۰/۷۴۸۷	۰/۷۴۹۰	۰/۷۳۳۵	۰/۷۳۳۸	۰/۷۴۵۰	۰/۷۴۵۲	۰/۷۴۱۲	۰/۷۴۱۵

همانطورکه از جدول فوق مشاهده می‌شود هر دو روش به نتایج تقریبا یکسانی رسیده‌اند که این منطبق با انتظار ما می‌باشد. درضمن مشاهده می‌شود که به ازای $\nu = 1$ ضرایب به‌دست آمده با ضرایب جینی متداول یکسان بوده و با افزایش در ν (یا بعبارت دیگر با توجه بیشتر به سمت قسمت‌های پایین توزیع درآمد) ضرایب به‌دست آمده افزایش می‌یابند.

نتیجه‌گیری و پیشنهاد:

موضوع توزیع درآمد در اقتصاد ایران مورد توجه و مطالعه بسیاری از پژوهشگران مسایل اقتصادی قرار گرفته و مطالعات فراوانی درباره آن انجام شده است، هرچند که به‌دلیل اهمیت موضوع نیاز به مطالعات بیشتر احساس می‌شود. در این پژوهش پس از مروری مختصر بر مباحث نظری به محاسبه و تفکیک نابرابری و نیز محاسبه ضریب جینی گسترش یافته پرداخته‌ایم. براساس نتایج به‌دست آمده عوامل افزایش دهنده در نابرابری کلی جامعه را می‌توان در دهکهای بالا و پایین جامعه جستجو کرد، چراکه میزان نابرابری در درون گروه‌های بالا و پایین درآمدی در مقایسه با گروه‌های میانی توزیع ناعادلانه‌تری را نشان می‌دهد. عامل دیگر که باعث افزایش در نابرابری توزیع درآمد شده است، نابرابری بالا در بین گروه‌های درآمدی است. لذا پیشنهاد می‌شود به منظور بهبود توزیع درآمد در جامعه ضمن توجه بیشتر به بخش‌های کم درآمد جامعه به کاهش نابرابری در درون گروه‌های بالا و پایین جامعه و نیز کاهش نابرابری بین گروهی پرداخته شود، که در این زمینه پرداخت یارانه‌های هدفمند به گروه‌های فقیر و دریافت مالیات از گروه‌های غنی جامعه می‌تواند به کاهش نابرابری و بهبود عدالت اجتماعی منتهی شود.

فهرست منابـع :

1 - Cheong. K.s. 1999. “A note on the interpertation and application of the Gini coefficient ” , working paper , No.99-IR, university of Hawaii at manoa.

2 - Chotikapanich Duangkamon and Griffiths Willian. 2000.“On calculation of the extended Gini coefficient ”. , Cutrin university of Technology and university of Melbourn.

3 - Essama – Nssah, B.2002. “ Assessing the distribution Impact of public policy ” , World Bank , Washington , D. C. USA

4 - Lambert, p.j.1993 , the Distribution and Redistribution of Income: A Mathematical Analysis , 2nd edition , Manchester : Manchester university press.

5 - Milanovic , B, 1997, “ A simple way to calculate the Gini coefficient and some implications ” World Bank, Washington, D. C. USA.

6 - Yitzhaki, shlomo,1983 , “ On an extension of the Gini Inequality Index ” , International Economic Review 24,617-628

۷ ـ بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران، آمار بودجه خانوار ۱۳۷۹-۱۳۷۵، اداره آمار اقتصادی