به‌کارگیری نظریه مجموعه فازی بر تحلیل سری زمانی و پیش‌بینی

بهزاد محمودی
کارشناس ارشد آمار از دانشگاه صنعتی اصفهان
اداره تحقیقات و مطالعات آماری بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران

خلاصه:

نظریه مجموعه‌های فازی از سال ۱۹۶۵ رهیافت‌های مناسبی در بخش‌های مختلف علوم نظری و کاربردی فراهم آورد. اصولا هدف نظریه فازی ایجاد یک چارچوب قدرتمند منظم کمی است که بتواند از عهده حل مسایل مربوط به ابهامات دانش بشری که به وسیله زبان‌های رایج بیان می‌شود، برآید. در حال حاضر این نظریه در مسایلی نظیر طراحی، تصمیم‌گیری هوش مصنوعی، اقتصاد، مهندسی و ... کاربردهای فراوانی یافته ولی در فرآیندهای دینامیکی، بخصوص فرآیندهایی که مشاهدات آنها زبانی هستند چندان استفاده نشده است. اولین بار پرفسور لطفعلی‌زاده سعی در مدل‌بندی فرآیندهای دینامیکی داشت تا این مدل‌ها را برای پیش‌بینی در محیط‌های فازی که داده‌ها و مشاهدات زبانی هستند به کارگیرد.

این مقاله به بررسی سری‌های زمانی پایا و ناپایا در محیط‌های فازی و پیش‌بینی به وسیله این فرآیندهای دینامیک می‌پردازد و در انتها با ارایه یک مثال عددی این روش‌ها را مورد استفاده قرار می‌دهد.

۱ ـ نظریه فازی:

اکثر محققین در مواردی که با مسئله عدم حتمیت روبرو می‌شوند از خود می‌پرسند: «آیا روش‌های آماری و نظریه احتمال تنها ابزار حل مسایل عدم حتمیت هستند؟» این اعتقاد وجود دارد که نظریه مجموعه‌های فازی در مواردی که احتمال کارآیی لازم را ندارد به عنوان یک ابزار قدرتمند در حل مسایل عدم قطعیت به حساب آید. در واقع نظریه فازی یک‌حالت‌کلی از عدم حتمیت را نشان می‌دهد که در حالت خاص به احتمال تبدیل می‌شود.

در حال حاضر از نظریه مجموعه‌های فازی در حل برخی از مسایل آماری نظیر کنترل کیفیت، رگرسیون، خوشه بندی و ... استفاده می‌شود. لازم به ذکر است این نظریه برای مسایل آماری فقط وقتی کاربرد مفید دارد که اطلاعات به صورت زبانی و یا امکانی تعریف شوند. چون در این حالت روش‌های معمول و کلاسیک آماری از قدرت لازم برخوردار نیستند. نظریه فازی از توانایی‌های بسیار هوشمندانه اسامی شبیه‌سازی شده است. برخی از انواع این توانایی‌های هوشمندانه عبارتند از:

۱ ـ الف) توانایی استدلال و استنتاج تقریبی: این توانایی فقط در انسان وجود دارد که در زمان برخورد با مسایل پیچیده و یا مسایلی که از عدم قطعیت بالایی برخوردار است به کار می‌رود. نظریه فازی و استنتاج تقریبی از این توانایی نشات می‌گیرند.

۱ ـ ب) توانایی پردازش عصبی: از روی این توانایی شبکه عصبی مصنوعی و فرآیندهای مرتبط با آن شبیه‌سازی شده‌اند.

۱ ـ ج) توانایی تکامل: این ویژگی بزرگ خلقت بر اساس تکامل یک فرآیند بهینه‌سازی بر پایه یک جمعیت، به سه صورت ذیل شبیه‌سازی شده است:

۱ ـ ج ـ ۱) الگوریتم ژنتیک: تاکید بر عملیات کروموزوم جهت حل مسئله بهینه‌سازی به صورت تکاملی دارد.

۱ ـ ج ـ ۲) استراتژی تکامل: تاکید بر تغییرات رفتاری درسطح افرادجامعه دارد.

۱ ـ ج ـ ۳) برنامه‌نویسی‌تکاملی: تاکیدبر تغییرات رفتاری در سطح‌نژاد و رسته‌دارد.

امروزه از جمله مسایل بسیار مهمی که مورد توجه محققین قرار گرفته، مفهوم "محاسبات انعطاف‌پذیر" است که یک راهکار خاص نیست. بلکه نتیجه به کارگیری چند

راهکار می‌باشد. باید توجه داشت راهکارهای اصلی تشکیل‌دهنده محاسبات انعطاف‌پذیر عبارتند از: منطق فازی، محاسبات عصبی، الگوریتم ژنتیک و استنتاج احتمالی. همانگونه که ملاحظه می‌شود نظریه فازی و احتمال به صورت مکمل مورد استفاده قرار می‌گیرند.

۲ ـ سری زمانی فازی:

سری‌های زمانی فازی از گروه فرآیندهای دینامیکی هستند. بحث در خصوص سری‌های زمانی فازی را با مثال آغاز می‌کنیم.

۲ ـ الف) یک گروه تحقیقاتی در خصوص وضعیت آب و هوای یک منطقه از اولین تا آخرین روز سال تحقیقاتی را انجام می‌دهند، وضعیت به گونه‌ای است که به جای داده‌های کمی مثل متوسط بارندگی، سرعت باد و ... در گزارش‌ها از متغیرهای زبانی نظیر "خیلی گرم"، "خنک"، "پرباران" و ... برای توصیف وضعیت هوا استفاده شده است.

۲ ـ ب) در بررسی برخی شاخص‌های اقتصادی داده‌های مورد استفاده به دلیل گذشت زمان یا هر شرایط فرضی دیگری به طور کمی و عددی ثبت نشده‌اند و افراد نمونه عوامل تاثیرگذار روی این شاخص‌ها را با متغیرهای زبانی نظیر "خیلی گران"، "نه چندان ارزان" و ... توصیف می‌کنند.

در هر دو مثال فوق ملاحظه می‌شود فرآیندها دینامیکی هستند و مشاهدات نیز به صورت فازی می‌باشند. همچنین نمی‌توان از روش‌های کلاسیک سری زمانی برای مدل‌سازی موارد اخیرالذکر استفاده کرد.

تعریف ۱): اگر $Y(t); t = 1,2,...$ یک زیرمجموعه از مجموعه مرجع $\boldsymbol{R}$ باشد که روی آن مجموعه‌های فازی $f_i(t), i \in I$ تعریف شده باشد و F(t) مجموعه ای از $f_i(t), i \in I$ ها باشد. در این صورت F(t) یک سری زمانی فازی روی Y(t) نامیده می‌شود. بنابراین F(t) به ازای مقادیر مختلف **t** ، مقادیر مختلفی اختیار می‌کند.

تعریف ۲): اگر برای هر $f_j(t), j \in J$ یک $f_i(t-1), i \in I$ ، در $f(t-1)$ وجود داشته باشد و یک رابطه فازی $R_{ij}(t-1)$ برقرار باشد به‌طوری‌که:

$f_j(t) = F_i(t-1) \mathrm{O} R_{ij}(t,t-1)$. آنگاه می‌گوییم F(t) فقط بر اثر F(t-۱) حادث شده است. در این تعریف "O" یک ترکیب Max-Min است.

در این صورت $R(t,t-1)$ یک رابطه فازی است که بین $F(t)$ و $F(t-1)$ برقرار بوده و در معادله ذیل صدق می‌کند:

$$F(t) = F(t-1) \mathrm{O} R(t,t-1)$$

تعریف۳): اگر برای هر $f_j(t) \in F(t)$ یک عدد صحیح $m > 0$ و یک رابطه فازی $R_a^P(t,t-m)$ وجود داشته باشد به‌طوری که داشته باشیم:

$$f_j(t) = F_{i1}(t-1) \times F_{i2}(t-2) \times \ldots \times F_{im}(t-m) \mathrm{O} R_a^P(t,t-m)$$

آنگاه $F(t)$ به طور همزمان توسط $F(t-1), F(t-2), \ldots, F(t-m)$ حادث شده است در این معادلات "×" بیانگر ضرب دکارتی است.

تعریف۴): اگر شرایط تعریف فوق برقرار باشد و یک رابطه فازی نظیر $R^P(t,t-m)$ وجود داشته باشد به‌طوری که:

$$f_j(t) = F_{i1}(t-1) \,\mathrm{U}\, F_{i2}(t-2) \,\mathrm{U} \ldots \mathrm{U}\, F_{im}(t-m) \mathrm{O} R_o^P(t,t-m)$$

آنگاه‌می‌گوییم $F(t)$ براثر $F(t-1)$ یا $F(t-2)$ یا ..... یا $F(t-m)$ حادث شده‌است.

۳ ـ مدل‌سازی سری زمانی فازی:

با دانستن تعاریف یادشده به سراغ مدل‌سازی در سری‌های زمانی فازی می‌رویم. در حالت کلی در سری‌های زمانی فازی دو مدل وجود دارد.

۳ – ۱) مدل مرتبه اول: این مدل از $F(t)$ به‌دست می آید وقتی که $F(t)$ فقط بر اثر $F(t-1)$ یا $F(t-2)$ یا ..... یا $F(t-m)$ حادث شده باشد. در این صورت داریم:

$$F(t) = F(t-1) \mathrm{O} R(t,t-1)$$

که به معادلات فوق مدل‌های مرتبه اول گفته می‌شود.

۳ – ۲) مدل مرتبه m: این مدل از $F(t)$ به‌دست می‌آید وقتی که $F(t)$ به‌طور هم‌زمان از $F(t-1)$، .... و $F(t-m)$ حادث شده باشد. در این صورت

$$f_j(t) = F_{i1}(t-1) \times F_{i2}(t-2) \times \ldots \times F_{im}(t-m) \mathrm{O} R_a(t, t-m)$$

تعریف۵): اگر دومدل‌های اخیرالذکر؛ روابط فازی $R(t, t-1)$, $R_a(t, t-m)$ ویا $R_O(t, t-m)$ مستقل از زمان باشند؛ در این صورت $F(t)$ یک سری زمانی پایا نامیده می‌شود.

۳ – الف)محاسبه روابط فازی:

جهت محاسبه روابط فازی روش‌های مختلفی وجود دارد که طبیعتا به پاسخ‌های متنوعی نیز منجر می‌شود. بحث پیرامون تعیین روش کار مناسب خارج از موضوع این مقاله است. تنها به ذکر این نکته بسنده می‌کنیم که روش محاسبه روابط فازی روش "ممدانی" (MAMDANI) است که معمولا توجیه آن منطقی تر و ساده تر می‌باشد.

فرض کنید F(t) یک سری زمانی فازی است. برای مدل مرتبه اول(R(t,t ۱ از،F(t) با توجه به تعاریف برای هر $f_j(t) \in F(t)$ ، یک $f_i(t) \in F(t-1)$ و یک رابطه فازی $R_{ij}(t, t-1)$ وجود دارد به طوری که:

$$f_j(t) = f_i(t-1) \mathrm{O} R_{ij}(t, t-1) \qquad R(t, t-1) = \bigcup R_{ij}(t, t-1)$$

اگر مدل مرتبه اول $R_O(t, t-m)$ را در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$R_O(t, t-m) = \max_p \left\{ \max_k \left\{ \min_{i,j} (f_{ik}(t-k), f_j(t)) \right\} \right\}$$

مشابه با همین محاسبات در خصوص مدل‌های مرتبه m نیز انجام می‌دهیم و خواهیم داشت:

$$f_j(t) = \left(f_{i1}(t-1) \times f_{i2}(t-2) \times \ldots \times f_{m}(t-m)\right) \mathrm{O} R_a^p(t, t-m)$$

بنابراین:

$$R_a(t,t-m) = \max_{p} \left\{ \min_{j,i1,\dots,im} \left(f_j(t), f_{i1}(t-1), \dots, f_{im}(t-m) \right) \right\}$$

برای تشخیص پایایی یک سری زمانی فازی می‌توان از قضیه ذیل استفاده کرد:

قضیه ۱): اگر $F(t)$ یک سری زمانی فازی باشد و برای هر **t** فقط تعداد محدودی مجموعه‌های فازی $f_i(t) \quad i=1,2,\dots,n$ وجود داشته باشد و $F(t)=F(t-1)$. در این صورت $F(t)$ یک سری زمانی فازی پایا است.

(به‌دلیل طولانی بودن اثبات قضیه نوشته نشده است).

برای ساخت و ایجاد یک مدل سری زمانی پایا لزومی ندارد که تمام مشاهدات در دو زمان متوالی را در نظر بگیریم. به جای این کار می‌توان فقط یک مشاهده را در هر زمان نمونه گیری کرده و روابط فازی را برای هر زوج از مشاهدات در زمان‌های متوالی به‌دست آورد. آنگاه مجموع تمام روابط فازی روی زمان **t** مدل مورد نظر خواهد بود. این مسئله پیش‌بینی وقتی که در هر زمان،t فقط یک مورد از داده‌های مربوط به گذشته موجود باشد دارای اهمیت بسیار است. در عمل فقط می‌توان مجموعه‌های فازی متناهی تعریف کرد. در مجموع باید گفت سری‌های زمانی فازی پایا کاربرد بیشتری نسبت به سری‌های ناپایا دارد.

۴ـ پیش‌بینی:

از مهمترین کاربردهای سری زمانی فازی، پیش‌بینی در محیط فازی است. به این معنی که باید داده‌های موجود به صورت مقادیر زبانی در اختیار باشند؛ مدل‌های سری زمانی فازی یک روش عمومی برای پیش‌بینی در محیط‌های فازی است. ضمن اینکه اصلی‌ترین نکته در به کارگیری سری زمانی فازی برای پیش‌بینی از استنتاج تقریبی فازی است.

به طور خلاصه می‌توان برای پیش‌بینی در سری زمانی فازی پایا الگوریتم ذیل را به کاربرد. این الگوریتم با تغییرات کوچکی برای سری زمانی ناپایا هم قابل استفاده است.

۴-۱) الگوریتم پیش‌بینی:

گام اول: مجموعه‌های مرجع که مجموعه‌های فازی روی آنها تعریف می‌شوند را مشخص کنیم.

گام دوم: اطلاعات مربوط به متغیر مورد نظر را که عمدتا به صورت زبانی است جمع‌آوری شده کنیم.

گام سوم: مجموعه‌های فازی روی مجموعه‌های مرجع را با استفاده از داده‌های زبانی جمع‌آوری شده مشخص کنیم.

گام چهارم: روابط فازی را با استفاده از داده‌های موجود به‌دست آوریم.

گام پنجم: تمام روابط حاصل از اجرای گام چهارم را جمع کنیم. این مجموع؛ مدل خواهد بود.

گام ششم: ورودی را به مدل وارد کنیم و خروجی یعنی پیش‌بینی را به‌دست آوریم.

گام هفتم: این پیش‌بینی به صورت فازی است. در صورت لزوم آن را غیرفازی کنیم.

۵) مثال عددی:

در انتهای این مقاله به بررسی مدل‌های سری زمانی فازی در قالب یک مثال می‌پردازیم. به همین دلیل ابتدای یک مدل مرتبه اول پایا را به کار می بریم و در آخر نتایج استفاده از یک مدل ناپایا را نیز به‌دست می‌آوریم.

داده‌های به کار رفته، داده‌های زبانی مربوط به توصیف میزان فروش یک فروشگاه می‌باشد. اکنون هدف صاحبان این فروشگاه پیش‌بینی فروش در آینده می‌باشد که این پیش‌بینی به صورت داده‌های زبانی خواهد بود. دلیل انتخاب این داده‌ها آن است که چون میزان دقیق رقم فروش هر سال در کنار داده زبانی آن موجود است در کنار آن مقایسه‌ای از دقت روش فازی با داده‌های واقعی خواهیم داشت.

گام اول: مشخص کردن مجموعه مرجع U: این مجموعه داده‌های مربوط به گذشته را در برمی‌گیرد که مجموعه‌های فازی را روی آن تعریف می‌کنیم. جدول ۱ داده‌های زبانی جمع‌آوری شده مربوط به بیست سال را نشان می‌دهد.

(جدول ۱)

سال	داده‌زبانی فروش	کد داده‌زبانی	فروش دقیق	سال	داده‌زبانی فروش	کد داده‌زبانی	فروش دقیق
۱۳۵۸	نه زیاد	A_1	۱۳۱۹۸	۱۳۶۸	خیلی زیاد	A_4	۱۶۳۸۸
۱۳۵۹	نه زیاد	A_1	۱۳۷۶۳	۱۳۶۹	زیاد	A_3	۱۵۹۸۴
۱۳۶۰	نه زیاد	A_1	۱۳۸۷۶	۱۳۷۰	زیاد	A_3	۱۵۱۶۳
۱۳۶۱	تقریبا زیاد	A_2	۱۴۶۹۶	۱۳۷۱	زیاد	A_3	۱۵۱۴۵
۱۳۶۲	زیاد	A_3	۱۵۶۰۳	۱۳۷۲	زیاد	A_3	۱۵۴۹۷
۱۳۶۳	زیاد	A_3	۱۵۳۱۱	۱۳۷۳	زیاد	A_3	۱۵۴۳۳
۱۳۶۴	زیاد	A_3	۱۵۴۶۰	۱۳۷۴	خیلی خیلی‌زیاد	A_5	۱۶۹۱۹
۱۳۶۵	زیاد	A_3	۱۵۸۶۱	۱۳۷۵	چشمگیر	A_6	۱۸۱۵۰
۱۳۶۶	خیلی‌زیاد	A_4	۱۶۸۰۷	۱۳۷۶	چشمگیر	A_6	۱۸۹۷۰
۱۳۶۷	خیلی‌زیاد	A_4	۱۶۸۵۹	۱۳۷۷	فوق‌العاده‌چشمگیر	A_7	۱۹۴۱۲

برای تعریف مجموعه مرجع می‌توان کمترین و بیشترین اندازه در داده‌ها را مشخص کرد و بر آن اساس یک مجموعه مرجع به شکل زیر به‌دست آورد:

$$\left[D_{min} - D_1 \quad D_{max} + D_2 \right]$$

D_1 و D_2 دو مقدار مثبت هستند که به صورت دلخواه انتخاب شده‌اند و روی داده‌ها اعمال می‌شوند. در این مثال این اندازه‌ها به شکل زیر هستند.

D_1= ۱۹۸ D_{min}= ۱۳۱۹۸

D_2= ۵۸۸ D_{max}=۱۹۴۱۲

بدین ترتیب مجموعه مرجع U به شکل زیر خواهد بود.

$$U = [13000,20000]$$

گام دوم: در این مرحله مجموعه مرجع را به ۷ فاصله با طول مساوی تقسیم می‌کنیم.

$$U_1 = [13000,14000] \qquad U_4 = [16000,17000]$$
$$U_2 = [14000,15000] \qquad U_5 = [17000,18000]$$
$$U_3 = [15000,16000] \qquad U_6 = [18000,19000]$$
$$U_7 = [19000,20000]$$

گام سوم: مجموعه‌های فازی را روی U تعریف‌می‌کنیم که این کاربر اساس متغیرهای زبانی که در اختیار داریم انجام می‌شود:

(جدول ۲)

نه زیاد	A_1
تقریبا زیاد	A_2
زیاد	A_3
خیلی زیاد	A_4
خیلی خیلی زیاد	A_5
چشمگیر	A_6
فوق‌العاده‌چشمگیر	A_7

ملاحظه می‌شود که در تعداد مجموعه‌های فازی و انتخاب متغیرهای زبانی و به کارگیری قیود مختلف زبانی محدودیتی وجود ندارد، شاخص تمام مجموعه‌های فازی مقادیر زمانی A_1 تا A_7 و U_1 تا U_7 عناصر مجموعه‌های فازی مربوط به هر متغیر زبانی را

مشخص می‌کنند. تعیین درجه عضویت در U_1 تا U_7 بر این اساس است که هر کدام از U_k چه میزان با A_i سنخیت دارند. مطابقت صد در صد و کامل U_k با A_i درجه عضویت ۱ و عدم تطابق صد رد صد درجه عضویت صفر را به‌دست می‌دهد. در غیر از این دو حالت انتخاب عددی در بازه (۱و۰) درجه تعلق را روشن می‌سازد.

انتخاب این عدد بر اساس روش‌های تعیین درجه عضویت فازی انجام می‌پذیرد.

$$A_1=\left\{\frac{U_1}{1},\frac{U_2}{0.5},\frac{U_3}{0},\frac{U_4}{0},\frac{U_5}{0},\frac{U_6}{0},\frac{U_7}{0}\right\} \qquad A_4=\left\{\frac{U_1}{0},\frac{U_2}{0},\frac{U_3}{0.5},\frac{U_4}{1},\frac{U_5}{0.5},\frac{U_6}{0},\frac{U_7}{0}\right\}$$

$$A_2=\left\{\frac{U_1}{0.5},\frac{U_2}{1},\frac{U_3}{0.5},\frac{U_4}{0},\frac{U_5}{0},\frac{U_6}{0},\frac{U_7}{0}\right\} \qquad A_5=\left\{\frac{U_1}{0},\frac{U_2}{0},\frac{U_3}{0},\frac{U_4}{0.5},\frac{U_5}{1},\frac{U_6}{0.5},\frac{U_7}{0}\right\}$$

$$A_3=\left\{\frac{U_1}{0},\frac{U_2}{0.5},\frac{U_3}{1},\frac{U_4}{0.5},\frac{U_5}{0},\frac{U_6}{0},\frac{U_7}{0}\right\} \qquad A_6=\left\{\frac{U_1}{0},\frac{U_2}{0},\frac{U_3}{0},\frac{U_4}{0},\frac{U_5}{0.5},\frac{U_6}{1},\frac{U_7}{0.5}\right\}$$

$$A_7=\left\{\frac{U_1}{0},\frac{U_2}{0},\frac{U_3}{0},\frac{U_4}{0},\frac{U_5}{0},\frac{U_6}{0.5},\frac{U_7}{1}\right\}$$

مجموعه‌های یادشده سنخیت A_i ها با U_kها را نشان می‌دهند. اعداد موجود در زیر هر یک از U_kها موید این مطلب می‌باشد. در انجام محاسبات A_i ها را به عنوان بردارهای سطری در نظر می‌گیریم و عناصر این بردارها همان درجات عضویت می‌باشد.

گام چهارم: مجموعه‌های فازی معادل با هر سال را به‌دست می‌آوریم که این کار بر اساس تعیین درجه عضویت میزان فروش در هر سال به A_i انجام می‌شود. برای مثال برای سه سال آخر مجموعه‌های فازی معادل، چنین خواهند بود:

(جدول ۳)

سال	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
1375	0	0	0.1	0.5	0.8	1	0.7
1376	0	0	0	0.25	0.55	1	0.8
1377	0	0	0	0.3	0.5	0.8	1

گام پنجم: بر اساس تعریف سری زمانی پایا و استفاده از عملکرد "×" برای دو بردار روابط ذیل را تشکیل می‌دهیم.

$R_1 = A_1^T \times A_1$

$R_2 = A_1^T \times A_2$

$R_3 = A_2^T \times A_3$

$R_4 = A_3^T \times A_3$

$R_5 = A_3^T \times A_4$

$R_6 = A_4^T \times A_4$

$R_7 = A_4^T \times A_3$

$R_8 = A_4^T \times A_6$

$R_9 = A_6^T \times A_6$

$R_{10} = A_6^T \times A_7$

این روابط منطقی بر اساس تغییر در کدهای متغیرهای فازی به‌دست آمده. این تغییرات به این شکل می‌باشند: (روابط تکراری حذف شده‌اند).

$A_1 \rightarrow A_1$

$A_1 \rightarrow A_2$

$A_2 \rightarrow A_3$

$A_3 \rightarrow A_3$

$A_3 \rightarrow A_4$

$A_4 \rightarrow A_4$

$A_4 \rightarrow A_3$

$A_4 \rightarrow A_6$

$A_6 \rightarrow A_6$

$A_6 \rightarrow A_7$

بنابراین خواهیم داشت:

$$R = R(t, t-1) = \bigcup_{i=1}^{10} R_i$$

باتوجه‌به‌این‌رابطه‌و بردارهای‌های A_i مدل پیش‌بینی براساس عملکرد "Max-Min" "O" به‌دست می‌آید:

$$A_i = A_{i-1} O R$$

روش پیش‌بینی هم‌چنان‌که ملاحظه می‌شود روش کوتاه برد برای یکسال است. همچنین برای بررسی دقت مدل داده‌های موجود هم با استفاده از مدل بار دیگر پیش‌بینی شدند. جدول ذیل مقادیر پیش‌بینی شده را از سال ۱۳۷۴ تا سال ۱۳۷۷ برای مقادیر واقعی و موجود و برای سال ۱۳۷۸ به عنوان پیش‌بینی نشان می‌دهد. لازم به ذکر است نتایج ذیل مرحله غیر فازی شدن و تبدیل به داده کمی شدن را نیز پشت سر گذاشته‌اند و نتایج ذیل، نتایج نهایی است:

سال	۱۳۷۴	۱۳۷۵	۱۳۷۶	۱۳۷۷	۱۳۷۸
مقداربه‌دست آمده برای پیش‌بینی	۱۶۰۰۰	۱۶۸۱۳	۱۹۰۰۰	۱۹۰۰۰	۱۹۰۰۰

۱ ـ ۵) بررسی دقت مدل:

برای بررسی دقت مدل از A.F.E و F.E استفاده می‌کنیم.

$$\text{(Avarage forecasting error). A. F. E} = \frac{\text{مجموع خطاهای پیش‌بینی}}{\text{کل خطا}}$$

$$\text{(Forecasting error)} \quad \text{F. E} = \frac{\text{مقدار پیش‌بینی} - \text{مقدار واقعی}}{\text{مقدار واقعی}} \times ۱۰۰$$

در این مثال دامنه خطاهای پیش بینی بین ۰/۱٪ تا ۸/۷٪ تغییر می‌کند و مقدار متوسط خطاهای پیش‌بینی ۳/۱۸٪ خواهد بود.

۲ ـ ۵)استفاده از مدل‌های ناپایا:

اگر از مدل‌های ناپایا که از فرمول زیر برای بررسی روابط فازی استفاده می‌کند، استفاده کنیم نتایج ذیل حاصل می‌شود:

$$R^{w}(t,t-1)=f^{T}(t-2)\times f(t-1)\cup f^{T}(t-3)\times f(t-2)\cup\ldots\cup f^{T}(t-w)\times f(t-w+1)$$

در این فرمول W تعداد سالهای قبل از سال tام است.

سال	۱۳۷۴	۱۳۷۵	۱۳۷۶	۱۳۷۷	۱۳۷۸
مقدار به‌دست‌آمده برای پیش‌بینی	۱۵۵۰۰	۱۶۰۰۰	۱۸۵۰۰	۱۸۵۰۰	۱۸۵۰۰

با استفاده از مدل‌های سری زمانی ناپایا منجر به خطای ۴/۲۵٪ خواهد شد که ملاحظه می‌شود روش‌های پایا در این مثال بهتر از روش‌های ناپایا به نتیجه می‌رسند.

۶ ـ نتیجه‌گیری:

همانطور که مشاهده شد داده‌ها در حالت سری زمانی فازی به صورت زبانی و کیفی مطرح می‌شوند که در چنین وضعیتی استفاده از روش‌های کلاسیک پاسخگو نخواهد بود. در

مدل‌های سری زمانی فازی داده‌های یک دوره زمانی خاص به صورت زمانی و کیفی موجود است برای این داده‌ها آنچه که اهمیت دارد. تشخیص درست پارامترهای مسئله نظیر مجموعه‌های فازی و ماتریس روابط فازی است. اگر مجموعه‌های فازی A_i به درستی تعریف نشوند، میزان خطای عملیات پیش‌بینی چشمگیر خواهد بود. این مسئله در مورد روش‌های مخلف غیر فازی کردن هم صادق است.

باید توجه داشت بین مدل‌بندی دقیق و پیش‌بینی دقیق تفاوت وجود دارد. در مدل‌های سری زمانی فازی پایا از خود داده‌ها به عنوان مولد پیش‌بینی استفاده شد که طبیعتا مدل‌های بدست امده را بهتر از داده‌های مربوط به آینده برازش می‌کنند. بنابراین دقت مدل‌بندی بیش از دقت پیش‌بینی است. در حالیکه در مدل‌های کلاسیک خطای به‌دست آمده، خطای مدل‌بندی است و خطای پیش‌بینی هم از همان الگوی خطاهای مدل‌بندی تبعیت می‌کند.

باید توجه داشت زمانی که بتوان اعداد و ارقام کمی مربوط به یک رویداد را به‌دست اورد، استفاده از مدل‌های کلاسیک بسیار مقرون به صرفه تر و بهتر است و تنها زمانی که از گذشته یک پدیده هیچ اطلاع خاصی در دسترس نیست می‌توان از سری‌های زمانی فازی برای پیش‌بینی استفاده کرد.

این مسئله بار دیگر موید مکمل هم بودن نظریه فازی و احتمال است که هر کدام به بخشی از عدم قطعیت می‌پردازند.

منابــع و مآخــذ:

۱ـ پایان نامه کارشناسی ارشد "نگرش آماری و احتمالی بر نظریه فازی در مباحث کنترل کیفیت، قابلیت اطمینان در سری‌های زمانی"

شهریور ۱۳۷۹- بهزاد محمودی، دانشگاه صنعتی اصفهان – دانشکده علوم ریاضی

2- WU.W. "Fuzzy reasoning and Fuzzy relational equation" F.S.T.1986

3- MAMDANI.E.II. "Application of Fuzzy logic to appoximation reasoning using lingustic synthesis." IEEE.1997

4- WARREK.B.J.&RUSSEL,C.N. "Forecasting demand for post secendary education in manitoba." R.II.E. 1993

5- SONG.Q.& CHISSOM,B.S. "Forecasting enrollments with Fuzzy time serrics." F.S.T. 1993.